

# Spickzettel Gradient

## Grundbegriffe

- Der *Gradient* eines Skalarfeldes  $A(\vec{r}) = A(x, y, z)$  ist der aus den partiellen Ableitungen 1. Ordnung von  $A$  gebildete Vektor

$$\text{grad } A = \frac{\partial A}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial A}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial A}{\partial z} \vec{e}_z = \begin{pmatrix} \partial A / \partial x \\ \partial A / \partial y \\ \partial A / \partial z \end{pmatrix} = \nabla A .$$

- Der Gradient steht senkrecht auf den Äquipotentiallinien (im 2D) bzw. -flächen (im 3D).
- Nabla-Operator in kartesischen Koordinaten ist

$$\nabla = \begin{pmatrix} \partial / \partial x \\ \partial / \partial y \\ \partial / \partial z \end{pmatrix} .$$

- Gradient in Kugelkoordinaten

$$\text{grad } A = \nabla A = \frac{\partial A}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi .$$

- Gradient in Zylinderkoordinaten

$$\text{grad } A = \nabla A = \frac{\partial A}{\partial \varrho} \vec{e}_\varrho + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial A}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi + \frac{\partial A}{\partial z} \vec{e}_z .$$

- Die Richtungsableitung  $\partial A / \partial \vec{a}$  eines Skalarfeldes  $A$  in der Richtung  $\vec{a}$  gibt die Änderung von  $A$  in Richtung  $\vec{a}$ :

$$\frac{\partial A}{\partial \vec{a}} = \nabla A \cdot \vec{e}_a = \frac{1}{|\vec{a}|} \nabla A \cdot \vec{a} .$$

## Rechenregeln:

- Konstantes Feld  $A(\vec{r}) = c$

$$A(\vec{r}) = \text{const} \quad \Rightarrow \quad \nabla A = \nabla c = \vec{0} = 0 .$$

- Summenregel

$$\nabla(A + B) = \nabla A + \nabla B$$

- Faktorregel

$$\nabla(\alpha A) = \alpha \nabla A .$$

- Produktregel e

$$\nabla(AB) = A \nabla B + B \nabla A .$$