Signalstrahlverstärkung und Phasenkonjugation durch photorefraktive parametrische Wellenmischung in Bariumtitanat– und Kalium–Tantalat–Niobat–Kristallen

Dissertation
zur Erlangung des Grades
eines Doktors der Naturwissenschaften

von

Jens Neumann

vorgelegt dem Fachbereich Physik der

UNIVERSITÄT OSNABRÜCK

Osnabrück, im März 1999

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Ashkin et al. [1] berichteten 1966 von optisch induzierten Brechungsindexinhomogenitäten, die sie bei der Beleuchtung von $LiNbO_3$– und $LiTaO_3$–Kristallen mit Laserstrahlen sichtbarer Wellenlängen beobachteten. Die räumliche Variation des Brechungsindex zerstörte die Wellenfronten transmittierter Lichtstrahlen. Dadurch wurde ein Einsatz der untersuchten Materialien für nichtlineare optische Anwendungen in diesem Spektralbereich verhindert. Folglich bezeichnete man diesen Effekt zunächst als „*optical damage*“.

1968 demonstrierten Chen et al. [2] das riesige Anwendungspotential dieser Entdeckung, indem sie den Effekt zur reversiblen Aufzeichnung von Volumenphasenhologrammen nutzten. Durch große Anstrengungen waren schnell die zugrunde liegenden Mechanismen aufgeklärt [3]: Lichtinduzierte Umverteilung von Ladungen erzeugt in den Kristallen Raumladungsfelder, die dann über den elektrooptischen Effekt den Brechungsindex modulieren. In der Literatur setzte sich daraufhin die Bezeichnung *photorefraktiver Effekt* durch [4], in Analogie zu dem *photochromen Effekt*, der lichtinduzierte Absorptionsänderungen beschreibt. Viele Ladungstransportmodelle wurden entwickelt [5] und in zahlreichen weiteren Materialien photorefraktive Eigenschaften entdeckt, z.B. in den oxidischen Kristallen Bariumtitanat, Kaliumniobat, Strontium–Barium–Niobat, Kalium–Tantalat–Niobat, Bleigermanat und Wismut–Titan–Oxid [6], oder den Halbleitern Galliumarsenid, Cadmiumtellurid und Indiumphosphid [7] und auch in organischen polymeren Verbindungen [8, 9]. Die intensiven Forschungsarbeiten haben dazu geführt, daß photorefraktive Kristalle heute die effizientesten Aufzeichnungsmedien für die dynamische Holographie sind. Sie besitzen gegenüber kommerziell erhältlichen Photopolymeren den Vorteil, daß die Informationen reversibel gespeichert, also beliebig oft aufgenommen und wieder gelöscht werden können.

Neben $LiNbO_3$, das sich in der holographischen Datenspeicherung bewährt [10] und die photorefraktive integrierte Optik [11, 12] begründet hat, ist $BaTiO_3$ das Material, in dem der photorefraktive Effekt am häufigsten untersucht wurde und noch wird [13]. Der Grund sind die großen elektrooptischen Koeffizienten, die nur von wenigen, kommerziell nicht erhältlichen Materialien übertroffen werden, z.B. von tetragonalem Kalium–Tantalat–Niobat. Gepaart mit dem speziellen Ladungstransportmechanismus Diffusion lösen sie völlig neue und faszinierende Effekte aus. Überlagert man in $BaTiO_3$ zwei kohärente

Lichtstrahlen miteinander, kann einer der beiden durch einen nichtreziproken Energietransfer innerhalb weniger Millimeter um mehrere Größenordnungen verstärkt werden [14], für die das Licht in herkömmlichen Lasermaterialien, z.B. Helium–Neon–Gas, mehrere Kilometer zurücklegen müßte. Man spricht dabei von *Zwei–Wellen–Mischen* oder *Zweistrahlkopplung* [15, 16].

Die Eigenschaften der *Zweistrahlkopplung* können neben der Signalverstärkung noch in zahlreichen weiteren Anwendungen ausgenutzt werden, z.B. zur Strahlhomogenisierung [17], zur Realisierung leistungsstarker und beugungsbegrenzter Halbleiterlaser [18, 19], der Konversion von inkohärenten zu kohärenten Signalstrahlen [20], für die optische Phasenkonjugation [21], die Kontrastverstärkung [22, 23] oder andere Methoden der optischen Datenverarbeitung [24]. In Anwendungen, die eine schnelle Antwortzeit benötigen, z.B. die Bewegungsdetektion, wurde $BaTiO_3$ durch die empfindlicheren Sillenite und Halbleiter ersetzt [25, 26].

Einzigartige Effekte treten in $BaTiO_3$ auf, wenn nicht nur zwei, sondern vier Wellen in eine Wechselwirkung treten. Z.B. beobachtete Feinberg im Jahr 1982 ein besonders bemerkenswertes Phänomen [27]: Die interne selbstgepumpte Phasenkonjugation eines kontinuierlichen Laserstrahls. In einem beleuchteten $BaTiO_3$–Kristall bildet sich ein winziger interner Resonator aus, der die Kristallflächen als Spiegel benutzt. Dabei werden keine äußeren Aufbauten verwendet. Der Kristall allein ist ein phasenkonjugierender Spiegel für kohärente Laserstrahlung. Der Mechanismus beruht auf einer *Vier–Wellen–Mischung* gegenläufiger Wellen gleicher Polarisation.

Eine neue Klasse von Phänomenen tritt auf, wenn vier Wellen miteinander in Wechselwirkung treten, die sich in ungefähr gleicher Richtung ausbreiten, d.h. durch gleiche Kristallflächen ein- und austreten. Mitte der siebziger Jahre berichteten Magnusson et al. [28] über ein Phänomen, das ebenfalls in engem Zusammenhang mit der holographischen Lichtstreuung steht: Beim Beleuchten eines $LiNbO_3$:Fe-Kristalls beobachteten sie die Ausbildung von Streulicht, das nur in dem räumlich begrenzten Gebiet eines Kegelmantels verstärkt wird. In den darauf folgenden Jahren wurde von vielen Autoren über ähnliche Streulichterscheinungen für andere Materialien und in unterschiedlichen optischen Konfigurationen berichtet. Die große Anzahl verschiedener Streufiguren war der Anlaß, sich mit der Systematisierung dieser Effekte zu beschäftigen [29]. Es hat sich dabei gezeigt, daß die verschiedenen Streumuster durch eine *parametrische Wechselwirkung* von jeweils vier Wellen gedeutet und klassifiziert werden kann [30].

Im Rahmen dieser Arbeit soll der Nachweis erbracht werden, daß diese *photorefraktiven parametrischen Prozesse* auch eine Verstärkung von Signalstrahlen erlauben. Deshalb wird zunächst die allgemeine Theorie der parametrischen Wechselwirkung vorgestellt. Durch eine gezielte phänomenologische Analyse ist es möglich, aus der Vielzahl der Prozesse diejenigen herauszufiltern, die eine effiziente Wechselwirkung versprechen.

Die Berechnung der exponentiellen Verstärkungsfaktoren unter der Berücksichtigung wichtiger Materialparameter bildet die Grundlage für die Experimente. Nur durch die Berücksichtigung raumladungsbegrenzender Effekte können die am besten geeigneten Konfigurationen gefunden werden. Wegen seiner hervorragenden und gut bekannten Materialeigenschaften sollen die ersten Verstärkungen in $BaTiO_3$ realisiert werden. Dabei ist nicht nur die Höhe der Verstärkung, sondern auch das Signal–Hintergrund–Verhältnis zu optimieren. Eine Betrachtung der räumlichen Bandbreite der Wechselwirkung liefert erste Anhaltspunkte auf spätere Anwendungsmöglichkeiten.

Ein weiteres interessantes Material ist Kalium–Tantalat–Niobat. Durchgeführte Charakterisierungen bescheinigen diesem Material weitaus größere elektrooptische Koeffizienten als $BaTiO_3$ und gute photorefraktive Eigenschaften [31, 32]. Durch Vermessen der Streulichtverteilungen sollen einzelne parametrische Prozesse in diesen Kristallen identifiziert werden. Die Intensität der ausgestrahlten Streufiguren muß sowohl mit den theoretischen Berechnungen, als auch mit den Beobachtungen an $BaTiO_3$–Kristallen verglichen werden. Nur so ist ein Einblick in dieses Material möglich.

Zum Abschluß sind die neu entwickelten Verfahren zur Signalstrahlverstärkung mit der *Zweistrahlkopplung* zu vergleichen, um Aufschluß über das Anwendungspotential zu erhalten.

Kapitel 2

Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die zum Verständnis der in photorefraktiven Materialien auftretenden holographischen Streu– und Verstärkungsprozesse benötigten Grundlagen erörtert werden.

Die Einführung in den photorefraktiven Effekt legt besonderen Wert auf die ausgeprägten Materialanisotropien der in dieser Arbeit hauptsächlich untersuchten Materialien Bariumtitanat ($BaTiO_3$) und Kalium–Tantalat–Niobat (KTN). Es werden die gekoppelten Wellengleichungen nach Kogelnik [33] gelöst und die Effekte Beugung und Zweistrahlkopplung beschrieben. Sie sind Ursache der anschließend erläuterten holographischen Streueffekte, die sich in zwei grundlegende Kategorien einteilen lassen. Streuwellen können entweder durch Zweistrahlkopplung oder Mehr–Wellen–Mischung, insbesondere durch photorefraktive parametrische Vier–Wellen–Mischung, verstärkt werden.

Das Kapitel schließt mit einer Untersuchung aller möglichen photorefraktiven parametrischen Vier–Wellen–Mischprozesse. Sie werden phänomenologisch analysiert, und durch Lösen der gekoppelten Wellengleichungen erhält man allgemeingültige Verstärkungsfaktoren. Anhand der zuvor dargestellten Eigenschaften von Bariumtitanat und Kalium–Tantalat–Niobat lassen sich einige Prozesse herausfiltern, die eine besonders effiziente Verstärkung von Lichtstrahlen in diesen Materialien versprechen.

2.1 Photorefraktiver Effekt in $BaTiO_3$ und KTN

In photorefraktiven, elektrooptischen Kristallen können durch inhomogene Beleuchtung reversibel Brechungsindexmuster erzeugt werden. Man beleuchtet dazu das Material mit einem Lichtmuster, das sich beispielsweise aus der Überlagerung zueinander kohärenter, ebener Lichtwellen

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mathcal{E}}_l(\boldsymbol{r},t) &= \boldsymbol{E}_l(\boldsymbol{r}) \exp\left[-i\omega_l t\right] = \boldsymbol{A}_l \exp\left[i(\boldsymbol{k}_l \boldsymbol{r} - \omega_l t)\right] \\ &= A_l\, \boldsymbol{e}_l \exp\left[i(\boldsymbol{k}_l \boldsymbol{r} - \omega_l t)\right] \end{aligned} \tag{2.1}$$

der Kreisfrequenz ω_l ergibt. Hierbei bezeichnet $A_l = |A_l| e^{i\phi_l}$ die komplexe Amplitude des elektrischen Feldes mit der Phase ϕ_l und $\boldsymbol{e}_l$ den reellen Polarisationseinheitsvektor. In dieser Arbeit werden Lichtwellen oft kurz durch ihren Wellenvektor $\boldsymbol{k}_\mathrm{l}$ oder ihre Amplitude A_l benannt.

Bei der Überlagerung zweier ebener Wellen weist das Gesamtlichtfeld $\boldsymbol{\mathcal{E}}_\Sigma(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{\mathcal{E}}_1(\boldsymbol{r},t) + \boldsymbol{\mathcal{E}}_2(\boldsymbol{r},t)$ eine Gitterstruktur mit der Periode $\Lambda = 2\pi/K$ auf, die im Wellenvektorraum den Gittervektor

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{k}_2 \tag{2.2}$$

besitzt. Die Intensität

$$I(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{Z}\overline{(\Re\{\boldsymbol{\mathcal{E}}_\Sigma(\boldsymbol{r},t)\})^2} = \frac{I_\mathrm{G}}{2Z}\left[1 + \left(\frac{m}{2}e^{i\boldsymbol{K}\boldsymbol{r}} + cc.\right)\right] \tag{2.3}$$

ist räumlich moduliert. Dabei bezeichnet $I_\mathrm{G}/2Z = (|A_1|^2 + |A_2|^2)/2Z$ die mittlere Gesamtintensität, Z den Wellenwiderstand des Mediums und m die komplexe Modulation:

$$m = 2\frac{A_1 A_2^*}{|A_1|^2 + |A_2|^2}(\boldsymbol{e}_1 \cdot \boldsymbol{e}_2) \quad . \tag{2.4}$$

Der Stern bezeichnet die komplexe Konjugation und „*cc.*" meint die komplex konjugierte Version des Ausdrucks zuvor.

Aufgrund eines lichtinduzierten Ladungstransportes erzeugt das Intensitätsmuster (2.3) in photorefraktiven Kristallen ein Raumladungsfeld $\boldsymbol{E}_\mathrm{sc}$, das bei linearen Aufzeichnungsprozessen wie das Intensitätsmuster mit dem Gittervektor $\boldsymbol{K}$ periodisch moduliert ist. Berücksichtigt man nur Diffusion als Ladungsantrieb, so ergibt sich das Raumladungsfeld [34, 35]:

$$\boldsymbol{E}_\mathrm{sc}(\boldsymbol{r}) \quad = \quad \boldsymbol{E}_\mathrm{sc}^0\,\frac{m_\mathbf{E}}{2}\,e^{i(\boldsymbol{K}\boldsymbol{r}-\Omega t)} + cc. \tag{2.5}$$

mit

$$\boldsymbol{E}_\mathrm{sc}^0 = \frac{\boldsymbol{E}_\mathrm{d}e^{-i\pi/2}}{1 + E_\mathrm{d}/E_\mathrm{q} - i\Omega\tau_\mathrm{di}(1 + E_\mathrm{d}/E_\mathrm{M})} \tag{2.6}$$

und

$$\boldsymbol{E}_\mathrm{d} = \frac{k_\mathrm{b}T}{e}\boldsymbol{K} \quad , \quad E_\mathrm{q} = \frac{eN_\mathrm{eff}}{\epsilon_0\epsilon_{||\mathbf{K}}^\mathrm{st}\,K} \quad , \quad E_\mathrm{M} = \frac{\gamma_\mathrm{r}N_\mathrm{eff}}{\mu_{||\mathbf{K}}\,K} \quad . \tag{2.7}$$

Dabei bezeichnet $\Omega = \omega_2 - \omega_1$ eine Frequenzverstimmung zwischen den aufzeichnenden Lichtwellen, τ_di die dielektrische Relaxationszeit, ϵ_0 die statische Feldkonstante, γ_r den Rekombinationskoeffizienten und $\boldsymbol{E}_\mathrm{d}$ das Diffusionsfeld mit der Boltzmannkonstante k_b, der Temperatur T und der Elementarladung e. Elektronen–Löcher–Kompensation kann zu einer Reduktion der Modulation des elektrischen Feldes

$$m_\mathbf{E} = R\,\bar{\sigma}\,m \tag{2.8}$$

führen und wird durch den Faktor $\bar{\sigma} = (\sigma_\mathrm{e} - \sigma_\mathrm{h})/(\sigma_\mathrm{e} + \sigma_\mathrm{h})$ berücksichtigt [36]. Der von Loheide für KTN eingeführte [37] und von van Stevendaal et al. [38] für $BaTiO_3$ übernommene Reskalierungsfaktor R trägt allen weiteren Reduktionen Rechnung. Die Felder E_q und E_M werden zur Berücksichtigung raumladungsfeldbegrenzender Effekte eingeführt, die mit abnehmenden E_q und E_M an Bedeutung gewinnen [39]. Diese begrenzenden Effekte werden durch die endliche Anzahl der effektiven Ladungsträger N_eff hervorgerufen. Die Felder E_q und E_M sind räumlich anisotrop aufgrund ihrer Abhängigkeit von der statischen Dielektrizitätskonstanten $\epsilon^\mathrm{st}_{||\mathbf{K}}$ und Ladungsträgerbeweglichkeit $\mu_{||\mathbf{K}}$ in Richtung des Gittervektors

$$\epsilon^\mathrm{st}_{||\mathbf{K}} = \frac{1}{K^2}\boldsymbol{K}\,\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^\mathrm{st}\,\boldsymbol{K} \quad , \tag{2.9a}$$

$$\mu^\mathrm{st}_{||\mathbf{K}} = \frac{1}{K^2}\boldsymbol{K}\,\hat{\boldsymbol{\mu}}\,\boldsymbol{K} \quad . \tag{2.9b}$$

Dabei bezeichnet $\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^\mathrm{st}$ den räumlich anisotropen statischen Dielektrizitätstensor und $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ den ebenfalls anisotropen Beweglichkeitstensor [40, 41].

Über den linearen elektrooptischen Effekt bewirkt das Raumladungsfeld $\boldsymbol{E}_\mathrm{sc}$ eine modulierte Störung $\delta\hat{\boldsymbol{\epsilon}}$ des Dielektrizitätstensors:

$$\begin{aligned} \delta\hat{\boldsymbol{\epsilon}}(\boldsymbol{r}) &= \delta\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^0\,\frac{m_\mathbf{E}}{2}e^{i\left(\boldsymbol{K}\boldsymbol{r}-\Omega t\right)} + cc. \\ \text{mit} \qquad & \delta\epsilon^0_{rs} = -\epsilon_{rt}\; r_{tu\,v}\; E^0_{\mathrm{sc}\,v}\;\epsilon_{us} \quad . \end{aligned} \tag{2.10}$$

Dabei ist $r_{tu\,v}$ der lineare elektrooptische Tensor (Pockelstensor). Das Intensitätsmuster wird also in ein Brechungsindexmuster umgewandelt, das wie das Raumladungsfeld $\boldsymbol{E}_\mathrm{sc}$ und die Intensität I kosinusförmig moduliert ist. Für $\Omega = 0$ und bei einer reinen Löcherleitung ($\bar{\sigma} = -1$) ist das Raumladungsfeld (2.5) um $\pi/2$ gegenüber dem Intensitätsmuster phasenverschoben. Elektronenleitung kehrt die Phasenverschiebung um.

Beiträge zum Raumladungsfeld $\boldsymbol{E}_\mathrm{sc}$ durch Drift der Ladungsträger in äußeren und pyroelektrischen Feldern [42] sind in Gleichung (2.6) nicht berücksichtigt, da im Rahmen dieser Arbeit keine äußeren elektrischen Felder an die Kristalle angelegt werden und ausschließlich Dauerstrichlaser verwendet werden, bei denen pyroelektrische Felder im allgemeinen keine Rolle spielen. Ebenso sind für die in der vorliegenden Arbeit behandelten Einkristalle der Materialien Bariumtitanat ($BaTiO_3$) und Kalium–Tantalat–Niobat (KTN) Beiträge zum Raumladungsfeld durch räumlich oszillierende photovoltaische Ströme vernachlässigbar, im Vergleich zu denen, die durch Diffusion erzeugt werden [43, 44, 45].

Die verwendeten Kristalle gehören bei Raumtemperatur der Punktgruppe *4mm* an. Die Elemente des linearen elektrooptischen Tensors $r_{tu\,v}$ und des statischen Dielektrizitätstensors $\epsilon^\mathrm{st}_{tu}$ sind für beide Materialien in Tab. 2.1 aufgeführt. Sowohl $BaTiO_3$ als auch KTN weisen große Außerdiagonalelemente $r_{13\,1}$ bzw. $r_{23\,2}$ und vergleichbar kleine Diagonalelemente $r_{11\,3}, r_{22\,3}$ und $r_{33\,3}$ im linearen elektrooptischen Tensor auf. Aus diesem Grund führen Komponenten des Raumladungsfeldes $\boldsymbol{E}_\mathrm{sc}$, d.h. des Gittervektors $\boldsymbol{K}$, senkrecht zur $\boldsymbol{c}$–Achse der Kristalle zu besonders großen Brechungsindexmodulationen. Gerade dann treten jedoch starke raumladungsbegrenzende Effekte auf, bedingt durch die großen Elemente $\epsilon^\mathrm{st}_{11} = \epsilon^\mathrm{st}_{22}$ im statischen Dielektrizitätstensor. Eine ähnlich starke Anisotropie zeigt auch die Ladungsträgerbeweglichkeit von $BaTiO_3$: $\mu_{11}/\mu_{33} = \mu_{22}/\mu_{33} \approx 0.5\cdot\epsilon^\mathrm{st}_{11}/\epsilon^\mathrm{st}_{33}$ [40].

$\hat{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}/\,\mathrm{pm\,V^{-1}}$ $\hat{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{S}}/\,\mathrm{pm\,V^{-1}}$	r^{T}_{113} r^{S}_{113}	r^{T}_{223} r^{S}_{223}	r^{T}_{333} r^{S}_{333}	r^{T}_{232} r^{S}_{232}	r^{T}_{131} r^{S}_{131}
$BaTiO_3$	25	25	125	1330[b]	1330[b]
[46, 47]	10	10	50	850[b]	850[b]
KTN[a]	<20	<20	255	$\simeq 10^4$	$\simeq 10^4$
[48, 32]	–	–	–	–	–

[a] $KTa_{0.52}Nb_{0.48}O_3$
[b] $\lambda = 633$ nm

$\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^{\mathrm{T}}$ $\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^{\mathrm{S}}$	$\epsilon^{\mathrm{st\,T}}_{11}$ $\epsilon^{\mathrm{st\,S}}_{11}$	$\epsilon^{\mathrm{st\,T}}_{22}$ $\epsilon^{\mathrm{st\,S}}_{22}$	$\epsilon^{\mathrm{st\,T}}_{33}$ $\epsilon^{\mathrm{st\,S}}_{33}$
$BaTiO_3$	4400	4400	130
[46]	2200	2200	65
KTN[a]	4500	4500	500
[48]	–	–	–

Tabelle 2.1: *Elektrooptische und statische dielektrische Koeffizienten von $BaTiO_3$ und KTN. Die Werte gelten für eingespannte ($\hat{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{S}}, \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^{\mathrm{S}}$) und freie ($\hat{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}}, \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^{\mathrm{T}}$) Proben bei der Lichtwellenlänge $\lambda = 514.5\,\mathrm{nm}$ und Raumtemperatur ($T = 25°\mathrm{C}$).*

Periodisch modulierte Raumladungsfelder führen bei der photorefraktiven Wellen–Mischung zu einer teilweisen Einspannung der Kristalle durch den inversen piezoelektrischen Effekt [49, 50]. Aufgrund des elastooptischen Effekts benutzt man deshalb für die Ermittlung der Brechungsindexänderungen effektive Dielektrizitätskonstanten $\epsilon^{\mathrm{st\,eff}}_{||\mathbf{K}}$ und modifizierte zweistufige elektrooptische Tensoren $\hat{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{eff}}_{||\mathbf{K}} = \hat{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{eff}} \cdot \boldsymbol{K}/K$. Diese können nach Formeln berechnet werden, die von Zgonik et al. [47] ermittelt wurden. Abbildung 2.1 zeigt die effektiven Werte $\epsilon^{\mathrm{st\,eff}}_{||\mathbf{K}}$ und $r^{\mathrm{eff}}_{||\mathbf{K}\,13}$ zusammen mit der herkömmlichen Dielektrizitätskonstanten (2.9a) und dem linearen elektrooptischen Koeffizienten in Richtung des Gittervektors $r_{||\mathbf{K}\,13} = r_{131} \cdot K_1/K$. Die effektiven Größen liegen immer zwischen den Werten freier ($\epsilon^{\mathrm{T}}, r^{\mathrm{T}}$) und eingespannter Proben ($\epsilon^{\mathrm{S}}, r^{\mathrm{S}}$). Wenn der Gittervektor des Raumladungsfeldes mit der $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls einen Winkel von $20° < \alpha < 60°$ einschließt, werden die Abweichungen der Effektivwerte ϵ^{eff} bzw. r^{eff} von ϵ^{T} bzw. r^{T} besonders groß.

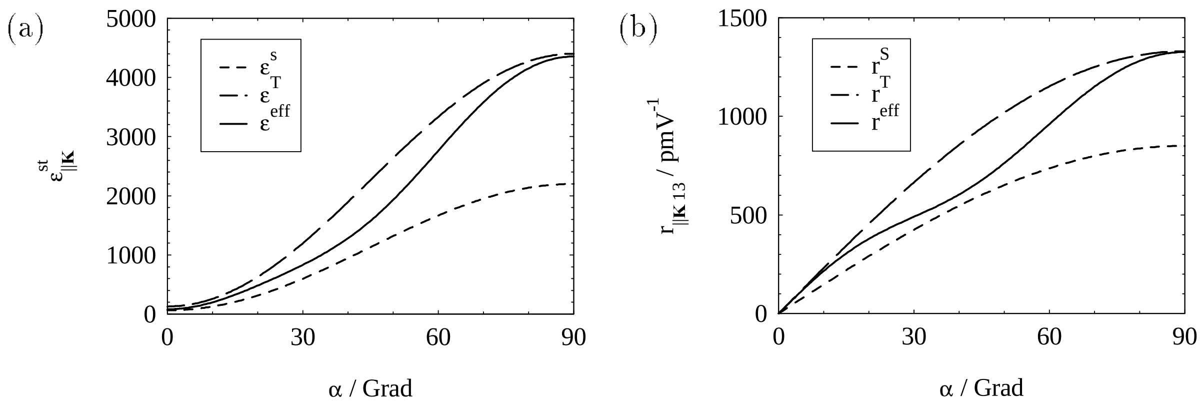


Abbildung 2.1: *(a) Dielektrizitätskonstante $\epsilon_{||\mathbf{K}}$ und (b) elektrooptischer Koeffizient $r_{||\mathbf{K}\,13}$ in Richtung des Gittervektors für $BaTiO_3$ als Funktion des Winkels zwischen Gittervektor $\boldsymbol{K}$ und $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls. Für die photorefraktive Wellen–Mischung relevante effektive Werte ($\epsilon^{\mathrm{eff}}, r^{\mathrm{eff}}$) liegen zwischen denen eingespannter ($\epsilon^{\mathrm{S}}, r^{\mathrm{S}}$) und freier ($\epsilon^{\mathrm{T}}, r^{\mathrm{T}}$) Kristalle [47].*

2.2 Gekoppelte Wellengleichungen

Die Wechselwirkung der Lichtwellen im photorefraktiven Medium kann mit Hilfe der Wellengleichung

$$\nabla^2 \boldsymbol{E}_\Sigma(\boldsymbol{r}) + \frac{\omega^2}{c^2}\,[\hat{\epsilon} + \delta\hat{\epsilon}(\boldsymbol{r})]\;\boldsymbol{E}_\Sigma(\boldsymbol{r}) = 0 \tag{2.11}$$

berechnet werden. Es bezeichnet ω die Kreisfrequenz der wechselwirkenden Wellen und c die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Setzt man die allgemeinen Ausdrücke $\boldsymbol{E}_\Sigma(\boldsymbol{r}) = \sum_\mathrm{l} \boldsymbol{E}_\mathrm{l}(\boldsymbol{r})$ $+cc.$ für das elektrische Gesamtlichtfeld und $\delta\hat{\epsilon}(\boldsymbol{r}) = \sum_\mathrm{m} \delta\hat{\epsilon}_\mathrm{m}(\boldsymbol{r})$ für die Störung des Dielektrizitätstensors in die Wellengleichung ein, erhält man mit der Näherung, daß sich die Wellen nur in x–Richtung ausbreiten und die Amplituden nur langsam ändern ($\nabla^2 A_\mathrm{l} \ll \boldsymbol{k}\cdot\nabla A_\mathrm{l}$):

$$\sum_l e^{i\boldsymbol{k}_\mathrm{l}\cdot\boldsymbol{r}} \left\{2i\,(\boldsymbol{k}\cdot\nabla)\,\boldsymbol{A}_\mathrm{l} + \frac{\omega^2}{c^2}\left[\sum_\mathrm{m} \frac{m_{\mathbf{E}\mathrm{m}}}{2}\, e^{i\boldsymbol{K}_\mathrm{m}\boldsymbol{r}}\,\delta\hat{\epsilon}^0_\mathrm{m} + cc.\right]\cdot \boldsymbol{A}_\mathrm{l}\right\} + cc. = 0 \quad . \tag{2.12}$$

Für den Fall zweier wechselwirkender Wellen (l$=1,2$) ergibt sich aus (2.12) durch Sortieren nach Potenzen ($e^{i\boldsymbol{k}_{1,2}\boldsymbol{r}}$) unter Berücksichtigung der Bragg–Bedingung (2.2) und Multiplikation von links mit $\boldsymbol{e}_1$ bzw. $\boldsymbol{e}_2$ in der paraxialen Näherung ($\boldsymbol{k}\cdot\nabla = k_x\partial/\partial x$) folgendes System gekoppelter Wellengleichungen:

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} = i\,\frac{\omega^2}{c^2}\,\frac{m_\mathbf{E}}{4k_{1\,x}}\,[\boldsymbol{e}_1\cdot\delta\hat{\epsilon}^0\cdot\boldsymbol{e}_2]\;A_2 = -\kappa_\mathbf{K}^{2\rightharpoonup 1}\, m\, A_2 \quad , \tag{2.13a}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial x} = i\,\frac{\omega^2}{c^2}\,\frac{m^*_\mathbf{E}}{4k_{2\,x}}\,[\boldsymbol{e}_2\cdot\delta\hat{\epsilon}^{0*}\cdot\boldsymbol{e}_1]\,A_1 = \kappa_\mathbf{K}^{1\rightharpoonup 2\,*} m^*\, A_1 \quad . \tag{2.13b}$$

mit

$$\kappa_\mathbf{K}^{2\rightharpoonup 1} \simeq \kappa_\mathbf{K}^{1\rightharpoonup 2} \simeq -i\,\frac{\pi}{2n\lambda\cos\theta^\mathrm{in}}\,R\,\bar{\sigma}\,\underbrace{[\boldsymbol{e}_1\cdot\delta\hat{\epsilon}^0\cdot\boldsymbol{e}_2]}_{-n^4 r_{\|\mathbf{K}}E^0_\mathrm{sc}} = i\,\frac{\pi n^3}{2\lambda\cos\theta^\mathrm{in}}\,R\,\bar{\sigma}\,r_{\|\mathbf{K}}E^0_\mathrm{sc} \quad . \tag{2.14}$$

Die Kopplungskonstanten $\kappa_\mathbf{K}^{2\rightharpoonup 1}$ und $\kappa_\mathbf{K}^{1\rightharpoonup 2}$ können sich durch ungleiche Brechungsindizes, $k_{2\,x} \neq k_{1\,x}$, geringfügig unterscheiden (siehe z.B. Abb. 2.2). Das hochgestellte „in“ benennt in dieser Arbeit immer Winkel im Kristall. In Luft gemessene Winkel sind nicht zusätzlich gekennzeichnet.

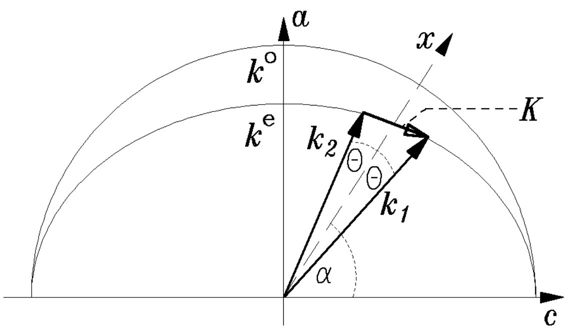


Abbildung 2.2: *Wellenvektordiagramm für die Kopplung zweier Lichtwellen $\boldsymbol{k}_1$ und $\boldsymbol{k}_2$ über ein Gitter $\boldsymbol{K}$ in einem doppelbrechenden Kristall. Die Wellenvektoren des Betrags $\boldsymbol{k}^\mathrm{o,e} = 2\pi n_\mathrm{o,e}/\lambda$ schließen miteinander den Winkel 2θ ein. Der Winkel zwischen der mittleren Ausbreitungsrichtung $\boldsymbol{x}$ und der $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls beträgt α.*

Wird ein im Kristall gespeichertes kosinusförmiges Brechungsindexgitter ($\Omega = 0$ und $m = 1$) mit der Welle A_1 beleuchtet und ist die Bragg–Bedingung (2.2) erfüllt, so kommt es zur *Beugung* eines Teiles der Welle A_1 in Richtung der Welle A_2. Für die Anfangsbedingungen $A_1(x=0) = A_1^{\mathrm{i}}$ und $A_2(x=0) = 0$ folgt aus den gekoppelten Wellengleichungen (2.13):

$$A_1(x) = A_1^{\mathrm{i}} \sqrt{\frac{\kappa_{\mathbf{K}}}{\kappa_{\mathbf{K}}^*}} \cos |\kappa_{\mathbf{K}}| x \quad , \tag{2.15a}$$

$$A_2(x) = A_1^{\mathrm{i}} \sqrt{\frac{\kappa_{\mathbf{K}}^*}{\kappa_{\mathbf{K}}}} \sin |\kappa_{\mathbf{K}}| x \quad . \tag{2.15b}$$

Dabei wurde die $\boldsymbol{x}$-Achse als Winkelhalbierende der Wellenvektoren $\boldsymbol{k}_1$ und $\boldsymbol{k}_2$ im Kristall gewählt ($k_1 \sin\theta = k_2 \sin\theta$). Der wirksame elektrooptische Koeffizient $r_{||\mathbf{K}}$ ergibt sich aus der Lage des Gittervektors und der Polarisation der Lichtwellen. In $\mathrm{BaTiO_3}$ und KTN beträgt er für die Konfiguration in Abb. 2.2 und außerordentliche Polarisation [51]:

$$\begin{aligned} n^4 r_{||\mathbf{K}} = {} & [n_{\mathrm{o}}^4 r_{113} \cos(\alpha^{\mathrm{in}} + \theta^{\mathrm{in}}) \cos(\alpha^{\mathrm{in}} - \theta^{\mathrm{in}}) + 2 n_{\mathrm{e}}^2 n_{\mathrm{o}}^2 r_{131} \cos^2 \alpha^{\mathrm{in}} + \\ & + n_{\mathrm{e}}^4 r_{333} \sin(\alpha^{\mathrm{in}} + \theta^{\mathrm{in}}) \sin(\alpha^{\mathrm{in}} - \theta^{\mathrm{in}})] \cdot \sin \alpha^{\mathrm{in}} \quad . \end{aligned} \tag{2.16}$$

Wechselt die Polarisation der Welle bei der Beugung von außerordentlich zu ordentlich oder umgekehrt, nennt man die Beugung *anisotrop*, andernfalls *isotrop*.

Von *Zweistrahlkopplung* spricht man, wenn das Brechungsindexgitter durch die wechselwirkenden Wellen selbst geschrieben wird. Die Modulation ist in diesem Fall durch Gleichung (2.4) gegeben und die gekoppelten Wellengleichungen (2.13) lauten:

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} = -\kappa_{\mathbf{K}}\, 2 \frac{A_1 A_2^*}{I_{\mathrm{G}}} (\boldsymbol{e}_1 \cdot \boldsymbol{e}_2)\, A_2 \quad , \tag{2.17a}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial x} = +\kappa_{\mathbf{K}}^*\, 2 \frac{A_1^* A_2}{I_{\mathrm{G}}} (\boldsymbol{e}_1 \cdot \boldsymbol{e}_2)\, A_1 \quad . \tag{2.17b}$$

Überlagert man eine starke Welle $A_2(x=0) = A_2^{\mathrm{i}}$, im folgenden Pumpwelle genannt, mit einer schwachen Welle $A_1(x=0) = A_1^{\mathrm{i}}$, folgt für die Amplituden unter der Annahme, daß die Intensität der Pumpwelle kaum abnimmt (*undepleted pump approximation*), $A_2^*(x) A_2(x) = I_{\mathrm{G}}$:

$$A_1(x) = A_1^{\mathrm{i}}\, e^{\gamma x} \quad , \tag{2.18a}$$

$$A_2(x) = A_2^{\mathrm{i}} \tag{2.18b}$$

mit dem exponentiellen Verstärkungsfaktor

$$\gamma = -2\kappa_{\mathbf{K}} (\boldsymbol{e}_1 \cdot \boldsymbol{e}_2) \quad . \tag{2.19}$$

Eine schwache Signalwelle kann so im Kristall exponentiell verstärkt oder abgeschwächt werden. Dabei trägt nur der Realteil von γ bzw. $\kappa_{\mathbf{K}}$, also der Imaginärteil von $\delta\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^0$ bzw. $\boldsymbol{E}_{\mathrm{sc}}^0$ zur Verstärkung oder Abschwächung bei. Die Richtung des Energietransfers hängt von der Art der Ladungsträger und dem Vorzeichen des elektrooptischen Koeffizienten ab. Bei Löcherleitung und positiven Koeffizienten wird immer Energie auf eine Welle in Richtung der $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls übertragen, z.B. auf die Welle $\boldsymbol{k}_1$ in Abb. 2.2.

Das Phänomen der Zweistrahlkopplung läßt sich auch durch eine Betrachtung der Phasen der wechselwirkenden Wellen qualitativ beschreiben. Das Brechungsindexgitter $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{k}_2$ trägt die Phase $\phi_{\mathbf{K}} = \arg(m\delta\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^0) = \phi_1 - \phi_2 - \Delta\phi$. Dabei berücksichtigt $\Delta\phi$ eine Phasenverschiebung des Raumladungsfeldes gegenüber dem Intensitätsmuster. Wird die Welle $\boldsymbol{k}_2$ in die Welle $\boldsymbol{k}_1$ (Abb. 2.2) abgebeugt, wird ihr zusätzlich zu der Phase des Gitters $\phi_{\mathbf{K}}$ eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ durch den Beugungsprozeß aufgeprägt. Die Phase der abgebeugten Welle $\phi_{2\to1}$ summiert sich aus diesen Einzelbeiträgen zu $\phi_{2\to1} = \phi_2 + \pi/2 + \phi_{\mathbf{K}} = \phi_1 + \pi/2 - \Delta\phi$. Erfolgt der Ladungstransport durch Diffusion von Löchern, d.h. $\Delta\phi = \pi/2$, gilt $\phi_{2\to1} = \phi_1$. Die abgebeugte Welle interferiert konstruktiv mit der Welle $\boldsymbol{k}_1$ und verstärkt diese. Die Beugung von $\boldsymbol{k}_1$ entgegen der Richtung des Gittervektors verschiebt deren Phase ϕ_1 um $\pi/2 - \phi_{\mathbf{K}}$. Die abgebeugte Welle hat die Phase $\phi_{1\to2} = \phi_1 + \pi/2 - \phi_{\mathbf{K}} = \phi_2 + \pi/2 + \Delta\phi$. Sie interferiert im Fall der Diffusion, $\phi_{1\to2} = \phi_2 + \pi$, destruktiv mit $\boldsymbol{k}_1$. Effektiv wird so Energie von $\boldsymbol{k}_2$ auf $\boldsymbol{k}_1$ übertragen.

Die Analyse der Phasen ist besonders wertvoll bei komplizierten Prozessen mit mehreren beteiligten Wellen. Auf einfache Weise läßt sich feststellen, ob es zu Verstärkung von Lichtwellen kommen kann. Nur für eine quantitative Berechnung der Verstärkungsfaktoren ist es nötig, gekoppelte Wellengleichungen aufzustellen und zu lösen.

2.3 Holographische Streuung

Bei der Transmission eines Laserstrahls $\boldsymbol{k}_\mathrm{p}$ durch ein Medium entstehen durch Streuung an Oberflächendefekten und Materialinhomogenitäten zahlreiche sekundäre, frequenzentartete Streuwellen $\boldsymbol{k}_\mathrm{si}$. Ist das Medium photorefraktiv, kann es zu einer Vielzahl von Brechungsindexgittern $\boldsymbol{K}_\mathrm{i} = \boldsymbol{k}_\mathrm{p} - \boldsymbol{k}_\mathrm{si}$ kommen, die eine Wechselwirkung des primären Laserstrahls, im folgenden Pumpstrahl genannt, mit den Streuwellen oder von Streuwellen untereinander bewirken. Zweistrahlkopplung führt dann zu einer exponentiellen Verstärkung oder Abschwächung einiger Streuwellen. Ebenso kann es vorkommen, daß der Pumpstrahl mit einer der Streuwellen ein Gitter $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{k}_\mathrm{p} - \boldsymbol{k}_\mathrm{s1}$ schreibt und an diesem Gitter dann selbst in eine zweite Streuwelle $\boldsymbol{k}_\mathrm{s2}$ abgebeugt wird, um diese zu verstärken oder abzuschwächen. Dazu muß die sogenannte Phasenanpassungsbedingung

$$\boldsymbol{k}_\mathrm{p} - \boldsymbol{k}_\mathrm{s1} = \boldsymbol{k}_\mathrm{s2} - \boldsymbol{k}_\mathrm{p} \qquad (2.20a)$$

$$\text{oder} \quad \boldsymbol{k}_\mathrm{p} - \boldsymbol{k}_\mathrm{s1} = \boldsymbol{k}_\mathrm{p} - \boldsymbol{k}_\mathrm{s2} \qquad (2.20b)$$

erfüllt sein. Gleichung (2.20b) entspricht der Zweistrahlkopplung ($\boldsymbol{k}_\mathrm{s1} = \boldsymbol{k}_\mathrm{s2}$) und ist für jede Streuwelle durch sich selbst erfüllt. Diese Streulichtverstärkung durch Zweistrahlkopplung eines Pumpstrahls mit einer Streuwelle ist in der Literatur als *beam–fanning* bekannt und intensiv experimentell und theoretisch in vielen Materialien untersucht worden, unter anderem in $BaTiO_3$[27, 52, 53, 54], SBN [55], $LiNbO_3$[56, 57], $LiTaO_3$[58] und BSO [59].

Gleichung (2.20a) ist im Gegensatz zu (2.20b) nur für einige bestimmte Streuwellen $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s}1}$ durch eine andere Streuwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s}2}$ zu erfüllen. Es entstehen besonders inhomogene Streulichtverteilungen. Auch zu diesen Wechselwirkungen gibt es eine Reihe von Untersuchungen in unterschiedlichen Materialien, z.B. in $BaTiO_3$[60, 61, 57], SBN [62], $LiNbO_3$[63, 61, 57] und $LiTaO_3$[58, 64]. Auf einem Schirm hinter dem Kristall sind bei diesen Prozessen immer linien– und kreisförmige Streufiguren zu beobachten.

Bei vielen Anwendungen photorefraktiver Kristalle, z.B. in der Datenspeicherung oder der Signalverstärkung, beleuchten zwei Strahlen von außen den Kristall. In diesen Fällen tritt eine neue Klasse von Streuprozessen auf, die auf der Wechselwirkung von nun zwei Pumpstrahlen mit einer großen Zahl von Streuwellenpaaren beruhen [30].

Beide Pumpstrahlen induzieren unabhängig voneinander die oben beschriebenen Streuprozesse. Es kann jedoch zusätzlich vorkommen, daß eine der beiden Pumpwellen mit einer Streuwelle ein Gitter $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{k}_{\mathrm{p}1} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{s}1}$ schreibt, für das auch die zweite Pumpwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}2}$ die Bragg–Bedingung erfüllt. Sie wird dann an diesem Gitter in eine Welle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s}2}$ abgebeugt, die durch eine der Phasenanpassungsbedingungen

$$\mathcal{A}: \quad \boldsymbol{k}_{\mathrm{p}1} + \boldsymbol{k}_{\mathrm{p}2} = \boldsymbol{k}_{\mathrm{s}1} + \boldsymbol{k}_{\mathrm{s}2} \tag{2.21a}$$

$$\text{oder} \quad \mathcal{B}: \quad \boldsymbol{k}_{\mathrm{p}1} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{p}2} = \boldsymbol{k}_{\mathrm{s}1} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{s}2} \quad . \tag{2.21b}$$

festgelegt ist. In diesem Fall kommt es zu einer Vier–Wellen–Mischung von zwei Pumpwellen mit zwei Streuwellen. Diese Streuprozesse zerfallen in zwei Klassen, die entsprechend der Phasenanpassungsbedingung (2.21a) oder (2.21b) nach Sturman [29] kurz $\mathcal{A}$– oder $\mathcal{B}$–Prozesse genannt werden.

Wie die vorherigen Kapitel zeigen, hängen photorefraktive Wechselwirkungsprozesse von einer Vielzahl anisotroper Materialparameter ab. Je nach Polarisation und Richtung der Pump– und Streuwellen ist die Effizienz der Strahlkopplung und Beugung unterschiedlich, bedingt durch die Kopplungskonstanten (2.19) und (2.14) sowie die jeweils zu erfüllende Phasenanpassungsbedingung. Darin begründen sich zum Teil recht ungleichmäßige Streulichtverteilungen.

Man bezeichnet die Gesamtheit dieser Prozesse auch als *holographische Streuung*. Diejenigen Streuprozesse, die eine der Phasenanpassungsbedingungen (2.20a), (2.21a) oder (2.21b) erfüllen, also Wechselwirkungen von mehr als zwei Wellen, werden *parametrische Streuung* genannt. Die zugrundeliegenden Wechselwirkungs– und Verstärkungsprozesse bezeichnet man als *parametrische Wellen–Mischung* oder *parametrische Verstärkung*.

Kennt man alle Materialparameter, lassen sich Streulichtverteilungen berechnen. Ein Vergleich mit Aufnahmen des Streulichts ist dann eine einfache Methode zur Überprüfung der bestehenden Theorie und kann auf eventuell unberücksichtigte Materialeigenschaften hinweisen (siehe z.B. [44, 59]). Ebenso ist die Messung der Streulichtverteilung eine einfache Methode um verschiedene Materialparameter zu bestimmen [65] oder zu überwachen [62].

Ein weiterer Grund, holographische Streuung zu untersuchen, sind die teilweise sehr hohen Verstärkungen. Gebiete hoher Streulichtintensität deuten auf große Verstärkungsfaktoren hin, die auf ihre Anwendbarkeit zur Signalverstärkung überprüft werden sollen.

2.4 Photorefraktive parametrische Vier–Wellen–Mischung

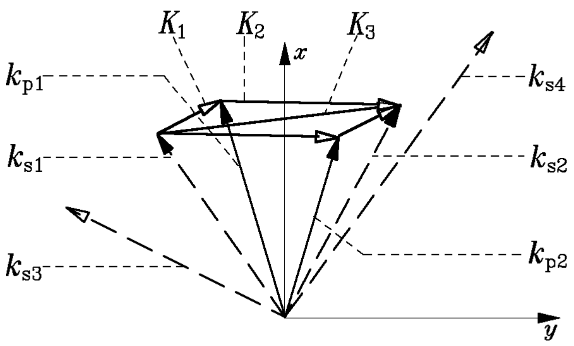
In diesem Teil erfolgt zunächst eine phänomenologische Analyse aller denkbaren parametrischen Vier–Wellen–Wechselwirkungsprozesse. Für diese werden in allgemeingültiger Form die gekoppelten Wellengleichungen aufgestellt und gelöst. Dabei spricht dieser Abschnitt pauschal von Streuwellenverstärkung, obwohl die Prozesse selbstverständlich genauso Lichtstrahlen anderen Ursprungs verstärken können, z.B. von außen auf den Kristall einfallende Signalstrahlen. Einzige Bedingung ist die Kohärenz aller vier wechselwirkenden Wellen und die Erfüllung der Phasenanpassungsbedingungen. Schließlich wird anhand spezifischer Materialeigenschaften von $BaTiO_3$ und KTN festgestellt, welche Prozesse prinzipiell für die Signalstrahlverstärkung interessant sind.

2.4.1 Phänomenologische Analyse

Wie im vorherigen Kapitel erläutert, beruhen die parametrischen Vier–Wellen–Mischprozesse auf der Wechselwirkung eines Pumpwellenpaars ($\boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}}$, $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}}$) mit einer großen Anzahl von Streuwellenpaaren ($\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}$, $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}$). In der folgenden phänomenologischen Analyse wird die Richtung $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}} + \boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}}$ als Ausbreitungsrichtung der Pumpstrahlen bezeichnet. Sie wird immer senkrecht zur Kristalloberfläche gewählt, d.h. die Pumpwellen fallen symmetrisch von außen auf den Kristall. In diesem Fall bleibt die Ausbreitungsrichtung $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}} + \boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}}$ im Gegensatz zur Winkelhalbierenden der Pumpstrahlen bei dem Übergang von Luft in den Kristall erhalten.

Abbildung 2.3 zeigt die Phasenanpassungsbedingungen (2.21a) und (2.21b) beispielhaft für ein Streuwellenpaar $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}$ und $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}$, projiziert auf die Ebene, die die beiden Wellenvektoren der Pumpwellen aufspannen. Diese Ebene wird im folgenden kurz als Pumpwellenebene bezeichnet.

(a) $\mathcal{A}$–Prozeß



(b) $\mathcal{B}$–Prozeß

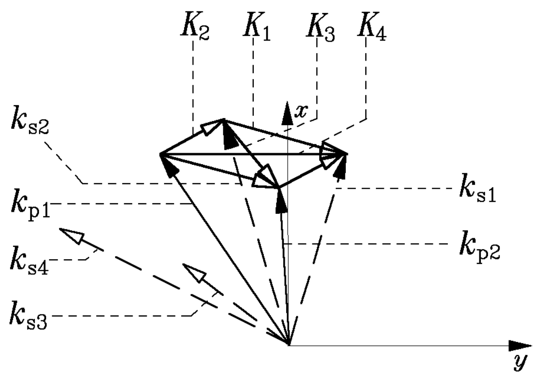


Abbildung 2.3: *Darstellung der Phasenanpassungsbedingungen (2.21a) und (2.21b) als Projektion auf die Ebene des Wellenvektorraumes, die durch die Wellenvektoren der Pumpwellen* $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}}$ *und* $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}}$ *aufgespannt wird. Es sind jeweils nur die Gittervektoren* $\boldsymbol{K}_{\mathrm{i}}$ *eingezeichnet, für die mindestens eine Streuwelle* $\boldsymbol{k}_{\mathrm{si}}$ *die Bragg–Bedingung erfüllt.*

In der gesamten Arbeit wird das Koordinatensystem wie in Abb. 2.3 gewählt. Die $\boldsymbol{x}$–Achse verläuft parallel zur Ausbreitungsrichtung der Pumpstrahlen $\boldsymbol{k}_{\rm p1} + \boldsymbol{k}_{\rm p2}$. Die $\boldsymbol{y}$–Achse liegt senkrecht zur $\boldsymbol{x}$–Achse ebenfalls in der Pumpwellenebene. Schließlich wählt man die $\boldsymbol{z}$–Achse so, daß ein rechtshändiges, rechtwinkliges Koordinatensystem entsteht.

Beliebig viele andere Streuwellenpaare, z.B. $\boldsymbol{k}_{\rm s3}$ und $\boldsymbol{k}_{\rm s4}$ in Abb. 2.3, erfüllen ebenfalls die Phasenanpassungsbedingungen. Da die Wellenlänge aller Lichtwellen für die photorefraktive Wechselwirkung jedoch gleich sein muß, kann der Betrag eines Wellenvektors in uniaxialen doppelbrechenden Materialien nur den Wert $2\pi n_{\rm e}'/\lambda$ oder $2\pi n_{\rm o}/\lambda$ annehmen. Dabei bezeichnet $n_{\rm e}' = (\sin^2\varphi/n_{\rm o}^2 + \cos^2\varphi/n_{\rm e}^2)^{-1}$ den Brechungsindex eines außerordentlich polarisierten Lichtstrahls, dessen Wellenvektor den Winkel φ mit der $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls einschließt. Zusammen mit der vektoriellen Phasenanpassungsbedingung existieren so insgesamt fünf Bedingungen an die sechs Komponenten der Wellenvektoren $\boldsymbol{k}_{\rm s1}$ und $\boldsymbol{k}_{\rm s2}$. Der verbliebene Freiheitsgrad führt dazu, daß nicht einzelne Streupunkte sondern linienartige Streufiguren auf einem Schirm hinter dem Kristall entstehen (siehe z.B. [57, 66, 29]).

Die den $\mathcal{A}$–Prozeß definierende Phasenanpassungsbedingung (2.21a) zeichnet die Ausbreitungsrichtung der Pumpstrahlen $\boldsymbol{k}_{\rm p1} + \boldsymbol{k}_{\rm p2}$ als Symmetrieachse aus. Rotieren die Wellenvektoren der Streuwellen $\boldsymbol{k}_{\rm s1}$ und $\boldsymbol{k}_{\rm s2}$ gemeinsam um diese Achse, so bleibt (2.21a) erfüllt. In einer Projektion auf eine Ebene senkrecht zu dieser Symmetrierichtung beschreiben die Spitzen aller Wellenvektoren derjenigen Streuwellen, die (2.21a) erfüllen, deshalb einen Kreis (Abb. 2.4(a)).

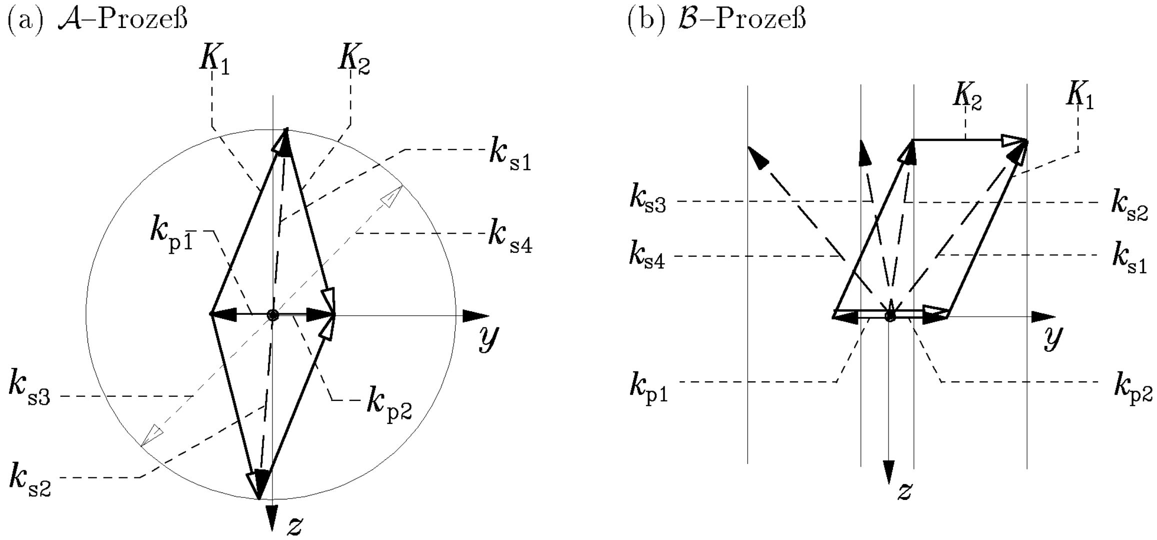


Abbildung 2.4: *Projektion des Wellenvektordiagramms der Phasenanpassungsbedingungen (2.21a) bzw. (2.21b) für $\mathcal{A}$– bzw. $\mathcal{B}$–Prozesse auf eine Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Pumpwellen $\boldsymbol{k}_{\rm p1}$ und $\boldsymbol{k}_{\rm p2}$. Es sind die Gittervektoren $\boldsymbol{K}_{\rm i}$ eingezeichnet, für die mindestens eine Streuwelle $\boldsymbol{k}_{\rm si}$ die Bragg-Bedingung erfüllt. Die Spitzen aller Wellenvektoren der Streuwellen, die Lösungen von (2.21a) bzw. (2.21b) sind, beschreiben in dieser Ebene Kreise (a) bzw. senkrechte Linien (b).*

Analog zeichnet die den $\mathcal{B}$–Prozeß definierende Phasenanpassungsbedingung (2.21b) die Richtung $\boldsymbol{k}_{\rm p1} - \boldsymbol{k}_{\rm p2}$ als Symmetrieachse aus. Bei einer Rotation der Vektoren $\boldsymbol{k}_{\rm s1}$ und

$\boldsymbol{k}_{s2}$ mit der durch sie definierten Ebene um diese Achse bleibt Gleichung (2.21b) gültig. Wieder ergibt die Projektion der Lösungen von (2.21b) auf eine Ebene senkrecht zur Symmetrierichtung einen Kreis. Abbildung 2.4(b) zeigt eine Projektion des Wellenvektordiagramms auf eine Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Pumpstrahlen. Die Spitzen aller Wellenvektoren der Streuwellen beschreiben in dieser Projektion (2.21b) senkrechte Geraden.

Entsprechend der Symmetrieeigenschaften der Phasenanpassungsbedingungen können also $\mathcal{A}$–Prozesse zu Streukreisen und $\mathcal{B}$–Prozesse zu Streulinien auf einem Schirm hinter dem Kristall führen. Dabei wurde in der vorgestellten Argumentation jedoch vernachlässigt, daß die Ewald–Sphäre, die Einhüllende der ausbreitungsfähigen Wellenvektoren, für außerordentlich polarisierte Wellen keine Kugel, sondern ein Ellipsoid ist. Ist eine der Streuwellen außerordentlich polarisiert, ergeben sich in Abb. 2.4 statt Kreise Ellipsen und anstatt gerader Linien gekrümmte Bögen.

Die Phasenanpassungsbedingung gibt also die Form einer Streufigur vor. Im konkreten Fall hängt das Auftreten verstärkten Streulichts jedoch von verschiedenen Materialeigenschaften und der experimentellen Konfiguration ab, wie z.B. der Polarisationen der wechselwirkenden Wellen. Um einen Prozeß vom Typ $\mathcal{T} \in \{\mathcal{A}, \mathcal{B}\}$ in prägnanter Weise zu klassifizieren, wird deshalb das Schema $(pq \xrightarrow{\mathcal{T}} rs)$ eingeführt. Die Platzhalter p, q, r, s sind mit einem die ordentliche oder außerordentliche Polarisation kennzeichnenden Buchstaben o oder e zu füllen.

Die Abbildungen 2.5 und 2.6 zeigen Skizzen der Wellenvektorraumdiagramme für sämtliche Prozesse $(pq \xrightarrow{\mathcal{T}} rs)$, die vom Licht der Polarisation $p, q \in \{\text{e,o}\}$ gepumpt werden und in denen Streulicht der Polarisation $r, s \in \{\text{e,o}\}$ entsteht. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird die Ebene der Pumpwellen als (001)–Ebene eines uniaxialen Kristalls gewählt. Ein Schnitt durch die Ewald–Sphäre bildet in dieser Ebene für beide Eigenpolarisationen Kreise. Liegt die $\boldsymbol{c}$–Achse in der Pumpwellenebene, kann auch deren Richtung von Bedeutung für etwaige Wechselwirkungsprozesse sein. Eine Inversion der $\boldsymbol{c}$–Achse entspricht lediglich einem Vorzeichenwechsel der wirksamen elektrooptischen Koeffizienten. Die Koeffizienten selbst bleiben wie die Brechungsindizes oder Dielektrizitätskonstanten erhalten. Es entstehen keine prinzipiell neue Phänomene. Aus diesem Grund unterscheidet man keine Prozesse, die spiegelsymmetrisch zur xz–Ebene in den Abb. 2.5 und 2.6 liegen.

Durch systematisches Einsetzen der Polarisationen der beteiligten Wellen erhält man eine Liste mit 9 verschiedenen $\mathcal{A}$– und 10 verschiedenen $\mathcal{B}$–Prozessen. Die Pumpwellen können entweder beide ordentlich, beide außerordentlich oder gemischt polarisiert sein. Für die Streuwellen bestehen die gleichen Möglichkeiten. In den Abbildungen 2.5 und 2.6 wurde im Fall verschieden polarisierter Pumpwellen immer für die linke Pumpwelle die ordentliche Polarisation gewählt ($pq = \text{oe}$). Aus diesen lassen sich die Prozesse mit umgekehrter Pumpwellenpolarisation ($pq = \text{eo}$) durch Spiegelung an der xz-Ebene konstruieren. Aufgrund der Rotationssymmetrie der $\mathcal{A}$–Prozesse um die $\boldsymbol{x}$–Achse gehören die zwei Möglichkeiten unterschiedlich polarisierter Streuwellen, ($rs = \text{oe}$) und ($rs = \text{eo}$), zu identischen Prozessen. Für $\mathcal{B}$–Prozesse besteht diese Symmetrie nicht, aber bei einheitlicher Pumpwellenpolarisation liegen diese Prozesse spiegelsymmetrisch zur xz–Ebene und werden nicht unterschieden. Verschieden polarisierte Pumpwellen ($pq = \text{oe}$) erzeugen aber

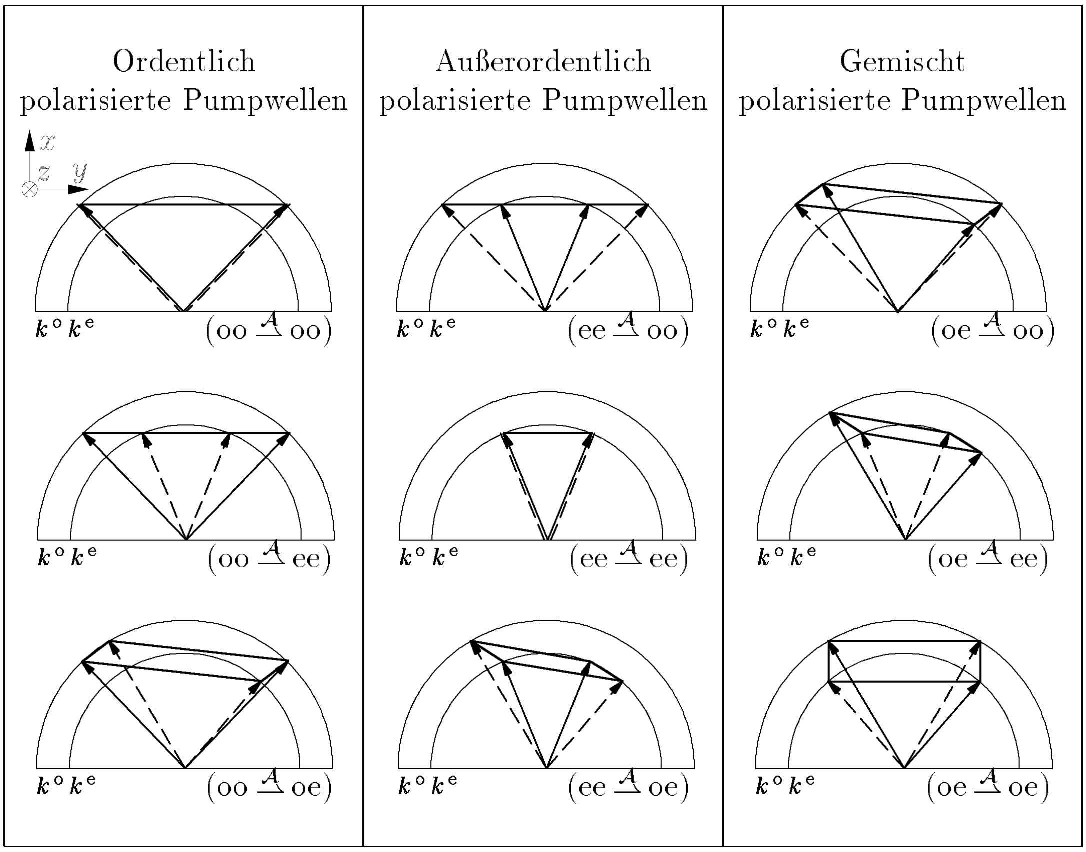


Abbildung 2.5: *Skizzen der Wellenvekorraumdiagramme für die 9 elementaren $\mathcal{A}$–Prozesse in der (001)–Ebene eines doppelbrechenden uniaxialen Kristalls. Die Wellenvektoren der Pumpwellen sind durchgehend, die der Streuwellen gestrichelt eingezeichnet. Die Gittervektoren sind als Linien ohne Pfeilspitzen skizziert.*

zwei unterschiedliche Prozesse (oe $\xrightarrow{\mathcal{B}}$ oe) und (oe $\xrightarrow{\mathcal{B}}$ eo). Daher existieren 10 elementare $\mathcal{B}$–Prozesse (Abb. 2.6).

Das vorgestellte Klassifizierungsschema berücksichtigt allein die verschiedenen Polarisationsmöglichkeiten der Lichtwellen, jedoch nicht die Lage der Wellenvektoren bezüglich der Kristallachsen. Im konkreten Fall beeinflussen aber die anisotropen tensoriellen Materialparameter, insbesondere der elektrooptische und der Dielektrizitätstensor, die Wechselwirkung. Es entstehen je nach Ausrichtung der Pumpwellenebene und Ausbreitungsrichtung unterschiedliche charakteristische Streufiguren. Für die 19 elementaren Prozesse wurde in den Abb. 2.5 und 2.6 beispielhaft die (001)–Ebene eines uniaxialen Kristalls als Pumpwellenebene gewählt. In biaxialen Kristallen, z.B. in $KNbO_3$ bei Zimmertemperatur, sind dagegen bei Ausbreitung der Pumpstrahlen entlang der $\boldsymbol{a}$–Achse des Kristalls andere effektive elektrooptische Koeffizienten und Dielektrizitätskonstanten relevant als bei einer Ausbreitung parallel zur $\boldsymbol{b}$–Achse. Insgesamt existieren drei orthogonale Ausbreitungsrichtungen mit jeweils zwei elementaren, d.h. ebenfalls orthogonalen Lagen der Pumpwellenebene. Dadurch leiten sich aus den 19 elementaren $\mathcal{A}$– und $\mathcal{B}$–Prozessen 114 unterschiedliche Prozesse in biaxialen Kristallen ab. Aufgrund der Äquivalenz der $\boldsymbol{a}$– und $\boldsymbol{b}$–Achsen uniaxialer Kristalle reduziert sich diese Anzahl in tetragonalem $BaTiO_3$ und

KTN auf 57.

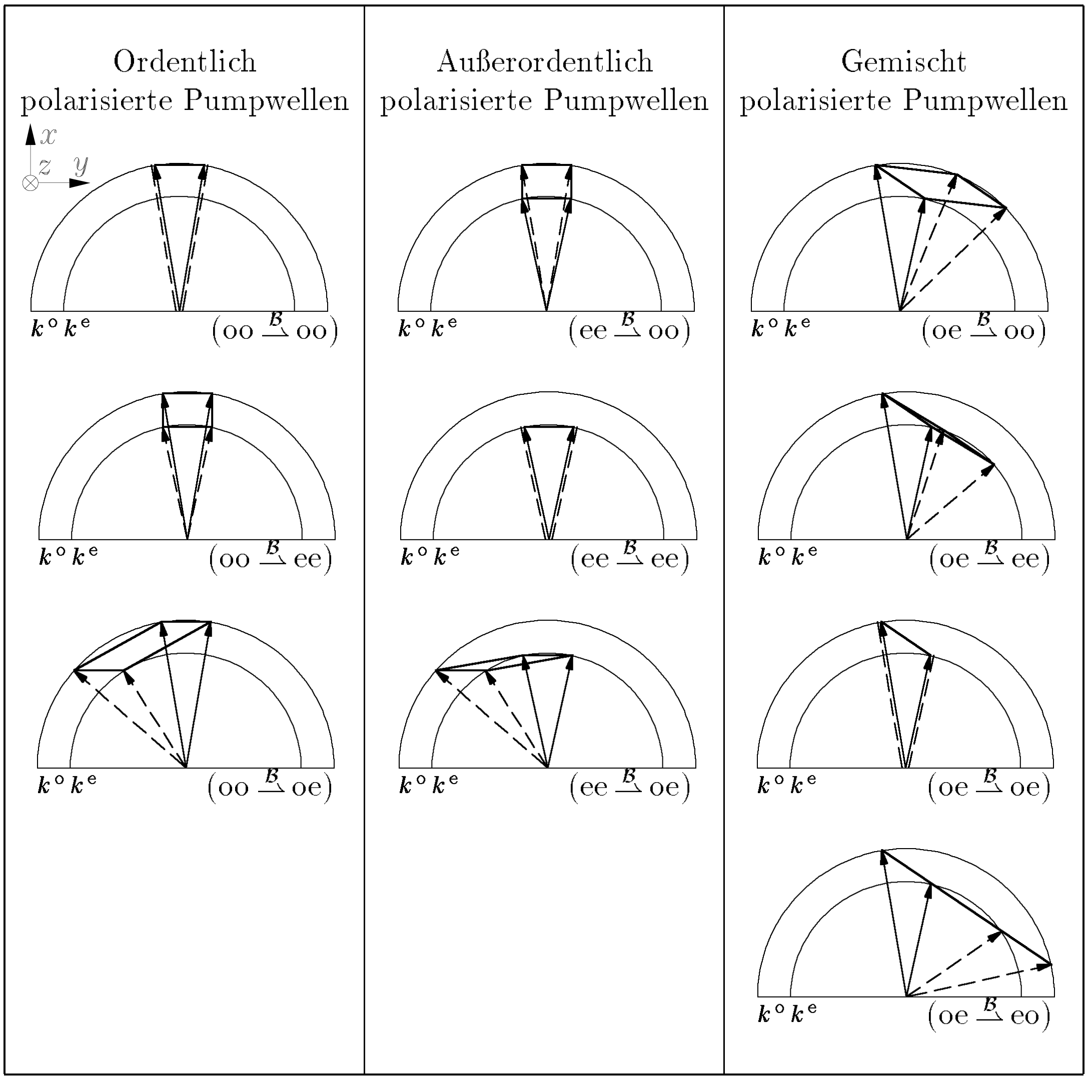


Abbildung 2.6: *Skizzen der Wellenvekorraumdiagramme für die 10 elementaren $\mathcal{B}$–Prozesse in der (001)–Ebene eines doppelbrechenden uniaxialen Kristalls. Die Vektoren der Pumpwellen sind durchgehend, die der Streuwellen gestrichelt eingezeichnet. Die Gittervektoren sind als fette Linien ohne Pfeilspitzen skizziert.*

2.4.2 Gekoppelte Wellengleichungen

$\mathcal{A}$–Prozesse:

Die gekoppelten Wellengleichungen werden anhand des Phasenraumdiagramms in Abb. 2.3(a) abgeleitet. Beide Streuwellen erfüllen die Bragg–Bedingung für die Gitter $\boldsymbol{K}_1$, $\boldsymbol{K}_2$ und $\boldsymbol{K}_3$. Über diese Gitter kann es zu einer Kopplung der Streuwellen mit den Pumpwellen

$(\boldsymbol{K}_1, \boldsymbol{K}_2)$ oder der Streuwellen untereinander $(\boldsymbol{K}_3)$ kommen. Eine derartige Kopplung ist proportional zur Modulation der jeweiligen Brechungsindexgitter:

$$\begin{aligned} m_1 &= 2\frac{A_{\mathrm{p1}}A^*_{\mathrm{s1}}\left(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}\right) + A_{\mathrm{s2}}A^*_{\mathrm{p2}}\left(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}}\right)}{I_{\mathrm{G}}} \quad , \\ m_2 &= 2\frac{A_{\mathrm{p2}}A^*_{\mathrm{s1}}\left(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}\right) + A_{\mathrm{s2}}A^*_{\mathrm{p1}}\left(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}}\right)}{I_{\mathrm{G}}} \quad , \\ m_3 &= 2\frac{A_{\mathrm{s2}}A^*_{\mathrm{s1}}\left(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}\right)}{I_{\mathrm{G}}} \quad . \end{aligned} \tag{2.22}$$

Es bezeichnet $I_{\mathrm{G}} = I_{\mathrm{p1}} + I_{\mathrm{p2}}$ die Gesamtintensität, die nahezu gleich der Pumpintensität ist. Für effiziente Signalstrahlverstärkungen muß die Intensität der Pumpwellen die der Signalstrahlen um Größenordnungen übertreffen. Aus diesem Grund werden Beiträge des Gitters $\boldsymbol{K}_3$ im folgenden vernachlässigt, da sie proportional zur Modulation $m_3 \simeq 0$ sind $(I_{\mathrm{G}} \gg |A_{\mathrm{s1}}A^*_{\mathrm{s2}}|)$. Die Pumpwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}}$ bzw. $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}}$ wird über das Gitter $\boldsymbol{K}_2$ bzw. $\boldsymbol{K}_1$ nach $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}$, und entgegen der Richtung des jeweils anderen Gittervektors nach $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}$ abgebeugt (siehe Abb. 2.3(a)). Bezeichnet man die Kopplungskonstanten der Gitter $\boldsymbol{K}_1$ und $\boldsymbol{K}_2$ mit κ_1 und κ_2, ergeben sich die gekoppelten Wellengleichungen

$$\frac{\partial A_{\mathrm{s1}}}{\partial x} = +\kappa_1^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s1}\,*} m_1^* A_{\mathrm{p1}} + \kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}\,*} m_2^* A_{\mathrm{p2}} \quad , \tag{2.23a}$$

$$\frac{\partial A_{\mathrm{s2}}}{\partial x} = -\kappa_2^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s2}} m_2 A_{\mathrm{p1}} - \kappa_1^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s2}} m_1 A_{\mathrm{p2}} \quad . \tag{2.23b}$$

Durch Einsetzen der Modulationen (2.22) erhält man das Differentialgleichungssystem:

$$\frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} A_{\mathrm{s1}} \\ A^*_{\mathrm{s2}} \end{pmatrix} = \hat{\boldsymbol{V}}^{\mathcal{A}} \begin{pmatrix} A_{\mathrm{s1}} \\ A^*_{\mathrm{s2}} \end{pmatrix} \quad . \tag{2.24}$$

Die Diagonalelemente der Verknüpfungsmatrix $\hat{\boldsymbol{V}}^{\mathcal{A}}$

$$\hat{V}^{\mathcal{A}}_{11} = \frac{2}{I_{\mathrm{G}}}\left[+\kappa_1^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s1}\,*}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}})|A_{\mathrm{p1}}|^2 + \kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}\,*}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}})|A_{\mathrm{p2}}|^2\right] \quad , \tag{2.25a}$$

$$\hat{V}^{\mathcal{A}}_{22} = \frac{2}{I_{\mathrm{G}}}\left[-\kappa_2^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s2}\,*}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}})|A_{\mathrm{p1}}|^2 - \kappa_1^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s2}\,*}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}})|A_{\mathrm{p2}}|^2\right] \tag{2.25b}$$

beschreiben die Zweistrahlkopplung der Streuwellen mit den Pumpstrahlen. Die Vier–Wellen–Mischung beruht auf den Außerdiagonalelementen:

$$\hat{V}^{\mathcal{A}}_{12} = \frac{2}{I_{\mathrm{G}}}\left[+\kappa_1^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s1}\,*}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}})A_{\mathrm{p1}}A_{\mathrm{p2}} + \kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}\,*}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}})A_{\mathrm{p1}}A_{\mathrm{p2}}\right] \quad , \tag{2.25c}$$

$$\hat{V}^{\mathcal{A}}_{21} = \frac{2}{I_{\mathrm{G}}}\left[-\kappa_2^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s2}\,*}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}})A^*_{\mathrm{p1}}A^*_{\mathrm{p2}} - \kappa_1^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s2}\,*}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}})A^*_{\mathrm{p1}}A^*_{\mathrm{p2}}\right] \quad . \tag{2.25d}$$

Nicht alle Streuwellen breiten sich im Kristall entsprechend der Phasenanpassungsbedingung (2.21a) aus. Berücksichtigt man eine Abweichung

$$\Delta\boldsymbol{K} = \boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}} + \boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}} \quad , \tag{2.26}$$

ergibt sich die modifizierte Verknüpfungsmatrix $\tilde{\boldsymbol{V}}^{\mathcal{A}}$ mit zusätzlichen Termen in den Diagonalelementen (2.25a) und (2.25b) [30]:

$$\tilde{V}_{11}^{\mathcal{A}} = \hat{V}_{11}^{\mathcal{A}} + i\,\frac{\Delta\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}}{2k_{\mathrm{s1}}} \approx \hat{V}_{11}^{\mathcal{A}} + i\,\frac{\Delta K_x}{2} \quad , \tag{2.27a}$$

$$\tilde{V}_{22}^{\mathcal{A}} = \hat{V}_{22}^{\mathcal{A}} - i\,\frac{\Delta\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}}{2k_{\mathrm{s2}}} \approx \hat{V}_{22}^{\mathcal{A}} - i\,\frac{\Delta K_x}{2} \quad . \tag{2.27b}$$

Für die Randbedingungen $A_{\mathrm{s1}}(x=0) = A_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{i}}$ und $A_{\mathrm{s2}}(x=0) = 0$, dies entspräche z. B. einem einfallenden Signalstrahl der Amplitude $A_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{i}}$, lauten die Lösungen des Systems (2.24):

$$\begin{aligned} A_{\mathrm{s1}}(x) &= \frac{A_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{i}}}{2}\left(1 + \frac{\tilde{V}_{11}^{\mathcal{A}} - \tilde{V}_{22}^{\mathcal{A}}}{\sqrt{(\tilde{V}_{11}^{\mathcal{A}} - \tilde{V}_{22}^{\mathcal{A}})^2 + 4\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}}\right)\exp(\Gamma_+\,x) \\ &+ \frac{A_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{i}}}{2}\left(1 - \frac{\tilde{V}_{11}^{\mathcal{A}} - \tilde{V}_{22}^{\mathcal{A}}}{\sqrt{(\tilde{V}_{11}^{\mathcal{A}} - \tilde{V}_{22}^{\mathcal{A}})^2 + 4\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}}\right)\exp(\Gamma_-\,x) \quad , \end{aligned} \tag{2.28a}$$

$$A_{\mathrm{s2}}^{*}(x) = A_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{i}}\,\frac{\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}{\sqrt{(\tilde{V}_{11}^{\mathcal{A}} - \tilde{V}_{22}^{\mathcal{A}})^2 + 4\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}}\left(\exp(\Gamma_+\,x) - \exp(\Gamma_-\,x)\right) \quad . \tag{2.28b}$$

Die Streu– oder Signalwelle $A_{\mathrm{s1}}(x)$ wird exponentiell im Kristall mit dem Verstärkungsfaktor

$$\Gamma_{\pm} = \frac{1}{2}\left[\tilde{V}_{11}^{\mathcal{A}} + \tilde{V}_{22}^{\mathcal{A}} \pm \sqrt{(\tilde{V}_{11}^{\mathcal{A}} - \tilde{V}_{22}^{\mathcal{A}})^2 + 4\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}\right] \tag{2.29}$$

verstärkt. Gleichzeitig generiert der Prozeß im Kristall eine phasenkonjugierte Lichtwelle mit der Amplitude $A_{\mathrm{s2}} \propto A_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{i}\,*}$ in Richtung von $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}$.

Die Bedingungen $A_{\mathrm{s1}}(x=0) = A_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{i}}, A_{\mathrm{s2}}(x=0) = A_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{i}}$ und $\tilde{V}_{11}^{\mathcal{A}} = \tilde{V}_{22}^{\mathcal{A}} = 0$ entsprechen phasenangepaßter parametrischer Streuung ohne Zweistrahlkopplung. Die Lösungen von (2.24) lauten in diesem Fall:

$$A_{\mathrm{s1}}(x) = A_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{i}}\cosh\left(\sqrt{\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}\,x\right) + A_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{i}\,*}\frac{\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}}{\sqrt{\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}}\sinh\left(\sqrt{\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}\,x\right) \quad , \tag{2.30a}$$

$$A_{\mathrm{s2}}^{*}(x) = A_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{i}\,*}\cosh\left(\sqrt{\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}\,x\right) + A_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{i}}\frac{\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}{\sqrt{\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}}\sinh\left(\sqrt{\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}}\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}}}\,x\right) \quad . \tag{2.30b}$$

Die Ableitung der Verknüpfungsmatrix (2.25) ging von dem Phasenraumdiagramm in Abb. 2.3(a) aus. Die Wellenvektoren der Pumpwellen liegen zwischen denen der Streuwellen, d.h. $k_{s1\,y} < k_{p1\,y} < k_{p2\,y} < k_{s2\,y}$. Breiten sich umgekehrt die Streuwellen innerhalb der Pumpwellen aus, $k_{p1\,y} < k_{s2\,y} < k_{s1\,y} < k_{p2\,y}$, z.B. $\boldsymbol{k}_{s1}$ und $\boldsymbol{k}_{s2}$ in Abb. 2.4 (a), lautet die Verknüpfungsmatrix:

$$\hat{V}_{11}^{\mathcal{A}} = \frac{2}{I_G}\left[-\kappa_1^{p1\rightharpoonup s1}(\boldsymbol{e}_{p1}\cdot\boldsymbol{e}_{s1})|A_{p1}|^2 + \kappa_2^{p2\rightharpoonup s1\,*}(\boldsymbol{e}_{p2}\cdot\boldsymbol{e}_{s1})|A_{p2}|^2\right] \quad , \tag{2.31a}$$

$$\hat{V}_{22}^{\mathcal{A}} = \frac{2}{I_G}\left[-\kappa_2^{p1\rightharpoonup s2\,*}(\boldsymbol{e}_{s2}\cdot\boldsymbol{e}_{p1})|A_{p1}|^2 + \kappa_1^{p2\rightharpoonup s2}(\boldsymbol{e}_{s2}\cdot\boldsymbol{e}_{p2})|A_{p2}|^2\right] \quad , \tag{2.31b}$$

$$\hat{V}_{12}^{\mathcal{A}} = \frac{2}{I_G}\left[-\kappa_1^{p1\rightharpoonup s1}(\boldsymbol{e}_{s2}\cdot\boldsymbol{e}_{p2})A_{p1}A_{p2} + \kappa_2^{p2\rightharpoonup s1\,*}(\boldsymbol{e}_{s2}\cdot\boldsymbol{e}_{p1})A_{p1}A_{p2}\right] \quad , \tag{2.31c}$$

$$\hat{V}_{21}^{\mathcal{A}} = \frac{2}{I_G}\left[-\kappa_2^{p1\rightharpoonup s2\,*}(\boldsymbol{e}_{p2}\cdot\boldsymbol{e}_{s1})A_{p1}^*A_{p2}^* + \kappa_1^{p2\rightharpoonup s2}(\boldsymbol{e}_{p1}\cdot\boldsymbol{e}_{s1})A_{p1}^*A_{p2}^*\right] \quad . \tag{2.31d}$$

Weitere Fälle, in denen sich eine Streuwelle zwischen und die andere außerhalb der Pumpwellen ausbreitet, z.B. $k_{p1\,y} < k_{s1\,y} < k_{p2\,y} < k_{s2\,y}$, existieren nicht (vgl. Abb. 2.5).

$\mathcal{B}$–Prozesse:

Die Beschreibung der $\mathcal{B}$–Prozesse erfolgt anhand des Phasenraumdiagramms in Abb. 2.3(b). Die vier Brechungsindexgitter $\boldsymbol{K}_{1\ldots4}$ mit den Modulationen

$$\begin{aligned}
m_1 &= 2\frac{A_{s1}A_{s2}^*(\boldsymbol{e}_{s1}\cdot\boldsymbol{e}_{s2}) + A_{p2}A_{p1}^*(\boldsymbol{e}_{p2}\cdot\boldsymbol{e}_{p1})}{I_G} \quad , \\
m_2 &= 2\frac{A_{s2}A_{p1}^*(\boldsymbol{e}_{s2}\cdot\boldsymbol{e}_{p1}) + A_{s1}A_{p2}^*(\boldsymbol{e}_{s1}\cdot\boldsymbol{e}_{p2})}{I_G} \quad , \\
m_3 &= 2\frac{A_{p2}A_{s2}^*(\boldsymbol{e}_{p2}\cdot\boldsymbol{e}_{s2})}{I_G} \quad , \\
m_4 &= 2\frac{A_{s1}A_{p1}^*(\boldsymbol{e}_{s1}\cdot\boldsymbol{e}_{p1})}{I_G} \quad .
\end{aligned} \tag{2.32}$$

koppeln die Streuwellen mit den Pumpwellen $(\boldsymbol{K}_1, \boldsymbol{K}_3, \boldsymbol{K}_4)$ oder die Streuwellen untereinander $(\boldsymbol{K}_2)$. Die gekoppelten Wellengleichungen lauten

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_{s1}}{\partial x} &= -\kappa_1^{s2\rightharpoonup s1}m_1A_{s2} - \kappa_2^{p2\rightharpoonup s1}m_2A_{p2} - \kappa_4^{p1\rightharpoonup s1}m_4A_{p1} \quad , \\
\frac{\partial A_{s2}}{\partial x} &= \kappa_1^{s1\rightharpoonup s2\,*}m_1^*A_{s1} - \kappa_2^{p1\rightharpoonup s2}m_2A_{p1} + \kappa_3^{p2\rightharpoonup s2\,*}m_3^*A_{p2} \quad .
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Der erste Beitrag zur Modulation m_1 kann vernachlässigt werden ($I_g \gg |\boldsymbol{A}_{s1}\cdot\boldsymbol{A}_{s2}^*|$). Einsetzen von (2.32) in (2.33) führt auf das Differentialgleichungssystem:

$$\frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} A_{s1} \\ A_{s2} \end{pmatrix} = \hat{\boldsymbol{V}}^{\mathcal{B}}\begin{pmatrix} A_{s1} \\ A_{s2} \end{pmatrix} \quad . \tag{2.34}$$

Wie bei den $\mathcal{A}$–Prozessen beschreiben die Diagonalelemente $\hat{V}_{11}^{\mathcal{B}}$ und $\hat{V}_{22}^{\mathcal{B}}$ der Kopplungsmatrix

$$\hat{V}_{11}^{\mathcal{B}} = \frac{2}{I_{\mathrm{G}}}\left[-\kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}})|A_{\mathrm{p2}}|^2 - \kappa_4^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s1}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}})|A_{\mathrm{p1}}|^2\right] \quad , \tag{2.35a}$$

$$\hat{V}_{12}^{\mathcal{B}} = \frac{2}{I_{\mathrm{G}}}\left[-\kappa_1^{\mathrm{s2}\rightharpoonup\mathrm{s1}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}})A_{\mathrm{p2}}A_{\mathrm{p1}}^* - \kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}})A_{\mathrm{p2}}A_{\mathrm{p1}}^*\right] \quad , \tag{2.35b}$$

$$\hat{V}_{21}^{\mathcal{B}} = \frac{2}{I_{\mathrm{G}}}\left[+\kappa_1^{\mathrm{s1}\rightharpoonup\mathrm{s2}\,*}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}})A_{\mathrm{p1}}A_{\mathrm{p2}}^* - \kappa_2^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s2}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}})A_{\mathrm{p1}}A_{\mathrm{p2}}^*\right] \quad , \tag{2.35c}$$

$$\hat{V}_{22}^{\mathcal{B}} = \frac{2}{I_{\mathrm{G}}}\left[-\kappa_2^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s2}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}})|A_{\mathrm{p1}}|^2 + \kappa_3^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s2}\,*}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}})|A_{\mathrm{p2}}|^2\right] \quad , \tag{2.35d}$$

die Zweistrahlkopplung der Streuwellen mit den Pumpwellen. Die Diagonalelemente $\hat{V}_{12}^{\mathcal{B}}$ und $\hat{V}_{21}^{\mathcal{B}}$ sind für die Vier–Wellen–Mischung verantwortlich.

Aus einem Vergleich der Differentialgleichungssysteme (2.24) und (2.34) erkennt man sofort, daß die Lösung von (2.34) die gleiche Form hat wie (2.28) bzw. (2.30). Es sind lediglich die Elemente der Matrix $\hat{\boldsymbol{V}}^{\mathcal{B}}$ einzusetzen und die Welle A_{s2} tritt nicht in komplex konjugierter Form auf.

Eine Abweichung von der exakten Phasenanpassungsbedingung

$$\Delta\boldsymbol{K} = \boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}} + \boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}} \tag{2.36}$$

ergibt ebenfalls eine variierte Verknüpfungsmatrix $\tilde{\boldsymbol{V}}^{\mathcal{B}}$, mit den gleichen zusätzlichen Außerdiagonalelementen wie in (2.27).

2.4.3 Photorefraktive parametrische Verstärkung

Es sollen die möglichen 57 bzw. 114 Prozesse in uni– bzw. biaxialen Kristallen auf ihre Anwendbarkeit zur Verstärkung von Signalstrahlen untersucht werden.

Aufgrund der Vielzahl von Prozesse ist es nicht sinnvoll, für jeden die Kopplungsmatrizen zu berechnen oder alle Prozesse experimentell zu untersuchen. Vielmehr sollen zunächst die zwei charakteristischen Materialeigenschaften von $BaTiO_3$ und KTN ausgenutzt werden, um die Prozesse herauszufiltern, die große Verstärkungsfaktoren erwarten lassen. Diese Materialeigenschaften wurden bereits in Kapitel 2.1 herausgestellt:

- In $BaTiO_3$ und KTN sind photovoltaische Beiträge durch orthogonal polarisierte Wellen zum Raumladungsfeld vernachlässigbar. Brechungsindexgitter können also nur durch Wellen gleicher Polarisation, d.h. *isotrop*, geschrieben werden.

- In diesen Materialien sind die Außerdiagonalelemente $r_{13\,1}$und $r_{23\,2}$ die dominierenden Koeffizienten im linearen elektrooptischen Tensor, d.h. die Brechungsindexgitter werden *anisotrop* ausgelesen.

Prozesse, die Lichtwellen nicht über die Elemente $r_{131} = r_{232}$ koppeln, bleiben unberücksichtigt. Die Koeffizienten r_{131} bzw. r_{232} verursachen eine Wechselwirkung von Lichtwellen, deren Polarisationsvektor eine Komponente in Richtung der $\boldsymbol{c}$–Achse aufweist, mit Lichtwellen, die Polarisationskomponenten in Richtung der $\boldsymbol{a}$– bzw. $\boldsymbol{b}$–Achse besitzen. Dieser Abschnitt beschränkt sich deshalb auf Prozesse, bei denen mindestens eine außerordentlich polarisierte Welle auftritt, und diese gleichzeitig eine nicht zu vernachlässigende Komponente in Richtung der $\boldsymbol{c}$–Achse besitzt.

Es werden keine Prozesse untersucht, bei denen die wechselwirkenden Wellen durch die (001)–Ebene des Kristalls eintreten und sich entlang der $\boldsymbol{c}$–Achse ausbreiten. Aufgrund der kleinen Winkel im Kristall sind auch die außerordentlich polarisierten Strahlen fast senkrecht zur $\boldsymbol{c}$–Achse polarisiert. Eine effiziente Kopplung über die großen elektrooptischen Koeffizienten ist nicht zu erwarten. Größere Winkel zwischen den Wellenvektoren würden starke raumladungsbegrenzende Effekte erzeugen, die mögliche Verstärkungen reduzieren (siehe Kapitel 4).

Dieser Abschnitt beschränkt sich deshalb auf die beiden elementaren Orientierungen der $\boldsymbol{c}$–Achse senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Pumpstrahlen, d.h. in dem Koordinatensystem dieser Arbeit parallel zur $\boldsymbol{y}$– oder $\boldsymbol{z}$–Achse. Die Anzahl der zu untersuchenden Prozesse reduziert sich in $BaTiO_3$ und KTN auf 38.

Weiteren Einschränkungen der verbliebenen Prozesse durch die Materialeigenschaften werden im folgenden zunächst für $\mathcal{A}$–Prozesse und dann für $\mathcal{B}$–Prozesse erläutert. Dabei beruht die vorgestellte Argumentation darauf, daß die Außerdiagonalelemente der Verknüpfungsmatrizen (2.25) und (2.35) für die Vier–Wellen–Mischung verantwortlich sind.

$\mathcal{A}$–Prozesse:

- Die Außerdiagonalelemente werden erzeugt, indem eine Pumpwelle mit einer Streuwelle *isotrop* ein Gitter schreibt und die andere Pumpwelle an diesem Gitter *anisotrop* in die zweite Streuwelle abgebeugt wird. Drei Wellen müssen die gleiche Polarisation besitzen, und die vierte Welle muß unterschiedlich zu diesen polarisiert sein. Die Prozesse $(oo \overset{\mathcal{A}}{-} oo)$, $(ee \overset{\mathcal{A}}{-} ee)$, $(oo \overset{\mathcal{A}}{-} ee)$, $(ee \overset{\mathcal{A}}{-} oo)$ und $(oe \overset{\mathcal{A}}{-} oe)$ lassen deshalb keine starke Vier–Wellen–Mischung erwarten und werden nicht weiter berücksichtigt.

- Beide Streuwellen werden nur durch anisotrope Beugung einer oder beider Pumpwellen verstärkt. Eine unterschiedliche Polarisation der zwei Streuwellen bedingt deshalb auch verschieden polarisierte Pumpwellen. Nur so kann jede Streuwelle verstärkt werden. Die Prozesse $(oo \overset{\mathcal{A}}{-} oe)$ und $(ee \overset{\mathcal{A}}{-} oe)$ sind für die Anwendung zur Signalverstärkung uninteressant.

Von den 9 elementaren $\mathcal{A}$–Prozessen in Abb. 2.5 weisen lediglich die Prozesse $(oe \overset{\mathcal{A}}{-} oo)$ und $(oe \overset{\mathcal{A}}{-} ee)$ Eigenschaften auf, die für eine effiziente Vier–Wellen–Mischung in $BaTiO_3$ und KTN notwendig sind. Dabei könnte sowohl eine Ausrichtung der $\boldsymbol{c}$–Achse parallel zur $\boldsymbol{y}$–Achse, als auch zur $\boldsymbol{z}$–Achse unseres Koordinatensystems eine vielversprechende Konfiguration sein.

$\mathcal{B}$–Prozesse:

- Im Außerdiagonalelement $\hat{V}_{12}$ (Gleichung 2.35(b)) beruht der Beitrag $\propto \kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}})$ auf der *anisotropen* Beugung der Pumpwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}}$ an dem Gitter $\boldsymbol{K}_2$ in die Streuwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}$. Beide Wellen sollten folglich unterschiedlich polarisiert sein. Der Beitrag $\propto \kappa_2^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s2}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}\cdot\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}})$ im Außerdiagonalelement $\hat{V}_{21}$ (Gleichung 2.35(c)) steht dagegen für die Beugung der Pumpwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}}$ an demselben Gitter $\boldsymbol{K}_2$ in die Streuwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}$. Auch diese zwei Wellen sollten verschieden polarisiert sein. Da das Gitter $\boldsymbol{K}_2$ jedoch nur von einem dieser beiden Wellenpaare *isotrop* geschrieben werden kann, schließen sich die erwähnten Beiträge gegenseitig aus. Die Existenz beider Außerdiagonalelemente erfordert das Gitter $\boldsymbol{K}_1$, das nur von den Pumpwellen geschrieben werden kann. Diese müssen also gleich polarisiert sein, und es bedarf keiner Untersuchung der Prozesse (oe $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ oo), (oe $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ ee), (oe $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ oe) und (oe $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ eo) zur Signalverstärkung.
- Die Streuwellen können nur über das Gitter $\boldsymbol{K}_1$ koppeln, wenn sie unterschiedlich polarisiert sind. Die Prozesse (oo $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ oo), (oo $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ ee), (ee $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ ee) und (ee $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ oo) eignen sich daher ebenfalls nicht für eine effiziente Vier–Wellen–Mischung.
- Damit das Raumladungsfeld des Gitters $\boldsymbol{K}_1$ die großen elektrooptischen Koeffizienten ansprechen kann, muß es eine Komponente parallel zur $\boldsymbol{a}$– oder $\boldsymbol{b}$–Achse des Kristalls besitzen. Damit verbleibt nur die elementare Lage der $\boldsymbol{c}$–Achse senkrecht zur Einfallsebene der Pumpwellen.

Von den 10 elementaren $\mathcal{B}$–Prozessen in Abb. 2.6 eignen sich also nur die Prozesse (oo $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ oe) und (ee $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ oe) zur Signalstrahlverstärkung durch photorefraktive Vier–Wellen–Mischung. Sie sind interessant, wenn die $\boldsymbol{c}$–Achse senkrecht zur Einfallsebene der Pumpstrahlen liegt.

Zusammengefaßt reduziert sich die Anzahl der photorefraktiven parametrischen Prozesse, die Signalstrahlverstärkung durch Vier–Wellen–Mischung ermöglichen können, wegen der charakteristischen Eigenschaften von $BaTiO_3$ und KTN auf 4 $\mathcal{A}$– und 2 $\mathcal{B}$–Prozesse. Sie leiten sich aus den beiden elementaren $\mathcal{A}$–Prozessen (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ oo) und (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ ee) sowie den beiden elementaren $\mathcal{B}$–Prozessen (oo $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ eo) und (ee $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ eo) ab. In biaxialen Kristallen, die ähnliche Eigenschaften aufweisen, z.B. $KNbO_3$ bei Zimmertemperatur, erhöht sich die Anzahl auf 8 $\mathcal{A}$– und 4 $\mathcal{B}$–Prozesse.

Kapitel 3

Materialien

Einige charakteristische Eigenschaften der untersuchten Materialien wurden bereits im Abschnitt 2.1 erläutert. Dieses Kapitel stellt weitere Materialeigenschaften und die speziellen Bariumtitanat– und Kalium–Tantalat–Niobat–Kristalle vor, mit deren Hilfe die in den Kapiteln 4 und 5 aufgeführten Ergebnisse gewonnen werden.

Da die von J. A. van Raalte [32] im Jahr 1966 gemessenen Außerdiagonalelemente r_{131} und r_{232} des linearen elektrooptischen Tensors von Kalium–Tantalat–Niobat die einzigen Literaturwerte dieses Materialparameters überhaupt darstellen, sollen sie für die verwendeten KTN–Kristalle im Rahmen dieser Arbeit erneut bestimmt werden. Da diese Messung allein der Materialcharakterisierung dient, enthält bereits dieses Kapitel sowohl eine Beschreibung der Meßmethode als auch die Präsentation der Ergebnisse. Eine Überprüfung der angewandten Methode findet durch Vergleichsmessungen an weiteren Materialien statt, deren elektrooptische Tensoren zum Teil besser bekannt sind. Zum Abschluß des Kapitels werden die Meßergebnissen anhand von Vergleichen mit Literaturwerten diskutiert.

3.1 Die Kristalle

Bariumtitanat

Der Phasenübergang von der kubischen (Punktgruppe m3m) in die tetragonale Phase (4mm) erfolgt in Bariumtitanat ($BaTiO_3$) bei ca. 130°C. Die Phasenübergangstemperatur von der tetragonalen in die orthorombische Phase (mm2) beträgt ungefähr 9°C. Bei Raumtemperatur sind die Kristalle ferroelektrisch, optisch einachsig und besitzen Perowskit–Struktur. Die als $\boldsymbol{c}$–Achse bezeichnete Richtung der Spontanpolarisierung liegt parallel zur vierzähligen Symmetrieachse (optische Achse).

Die Bezeichnungen, Abmessungen und Dotierungen der verwendeten $BaTiO_3$–Kristalle faßt Tabelle 3.1 zusammen. Die Proben BT–Gr 79.1, BT–Gr 79.2, BT–Gr 78.1 und BT–Gr 100.1 wurden nach der TSSG („top-seeded solution growth“)–Methode [67] in der Kristallzucht der Universität Osnabrück von Herrn Dipl.–Phys. S. Mendricks unter der

Leitung von Herrn Dr. H. Hesse gezogen. Der Kristall BT–72 ist eine Leihgabe von Frau Prof. Dr. G. Godefroy, Université de Bourgogne in Dijon, und der Kristall X 17–6/5 wurde von Herrn Dr. D. Rytz (Forschungsinstitut für mineralische und metallische Werkstoffe–Edelsteine/Edelmetalle–GmbH) zur Verfügung gestellt.

Bezeichnung	Abmessungen $a \times b \times c\,/\mathrm{mm}^3$	Dotierung (in der Schmelze)
<u>BT–Gr 79.1</u>	$3.2 \times 4.0 \times 3.3$	1000 ppm Rh, 800 ppm Na, 200 ppm Li
BT–Gr 79.2	$1.64 \times 2.6 \times 3.64$	1000 ppm Rh, 800 ppm Na, 200 ppm Li
BT–Gr 78.1	$1.4 \times 2.7 \times 3.4$	1000 ppm Rh
BT–Gr 100.1	$2.5 \times 3.1 \times 3.3$	200 ppm Fe
BT–72	$2.33 \times 5.13 \times 6.89$	Fe
X 17–6/5	$6.0 \times 6.5 \times 7.05$	1000 ppm Rh, 1000 ppm Na

Tabelle 3.1: *Bezeichnungen, Abmessungen und Dotierungen der verwendeten $BaTiO_3$–Kristalle. Die Dimensionen geben die Kantenlängen der quaderförmigen Proben an. Bei den Experimenten werden die Kristalle entlang der **a**–Achse durchstrahlt, und c bezeichnet die Länge in Richtung der optischen Achse. Der in dieser Arbeit hauptsächlich verwendete Kristall BT–Gr 79.1 ist unterstrichen.*

Die Proben werden polarisiert, indem sie bis nahe an die Phasenübergangstemperatur auf ca. 120°C erhitzt und anschließend für die Dauer von ungefähr einer Stunde einem elektrischen Feld der Feldstärke $(1-2)\,\mathrm{kVcm}^{-1}$ in Richtung der überwiegend vorhandenen Spontanpolarisierung ausgesetzt werden. Danach kühlt man die Kristalle bei angelegtem Feld innerhalb einer Stunde auf Raumtemperatur ab. Die so behandelten Bariumtitanate weisen keine sichtbaren 90°–Domänen auf. Zusätzlich wird durch ortsaufgelöste Strahlkopplungsmessungen nach der Methode von S. MacCormack et al. [68] überprüft, daß der Kristall BT–Gr 79.1 keine 180°–Domänen enthält.

Die benutzten Werte der Brechungsindizes $n_o = 2.494$ und $n_e = 2.429$ bei der Lichtwellenlänge $\lambda = 514.5$ nm und Raumtemperatur $T = 23°C$ stammen von Buse et al. [69]. Während der Brechungsindex für ordentliche Polarisation n_o im Temperaturbereich $T = 20°C - 80°C$ nahezu konstant ist, steigt der außerordentliche Brechungsindex n_e mit steigender Temperatur aufgrund des thermooptischen Effektes (siehe Abb. 3.1).

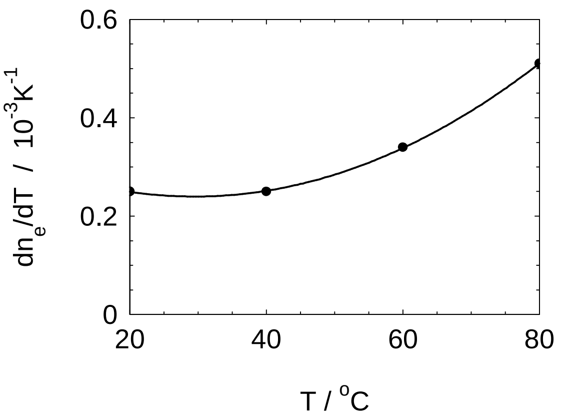


Abbildung 3.1: *Thermooptischer Koeffizient $\partial n_e/\partial T$ von $BaTiO_3$ über der Temperatur T [69]. Die Symbole entsprechen den Meßwerten und die durchgezogene Linie einem angepaßten Polynom zweiten Grades.*

Für die im Kapitel 4 beschriebenen Experimente wird fast ausschließlich der Kristall BT–Gr 79.1 verwendet. So erhält man aus den Versuchen zu verschiedenen Verstärkungsprozessen miteinander vergleichbare Ergebnisse. Abbildung 3.2 zeigt für diese Probe die Absorptionsspektren $\alpha_e(\lambda)$ und $\alpha_o(\lambda)$ für außerordentlich und ordentlich polarisiertes Licht. Bei der in dieser Arbeit verwendeten Lichtwellenlänge $\lambda = 514.5$ nm beträgt die Absorption $\alpha_e = 205\,\mathrm{m}^{-1}$ bzw. $\alpha_o = 250\,\mathrm{m}^{-1}$.

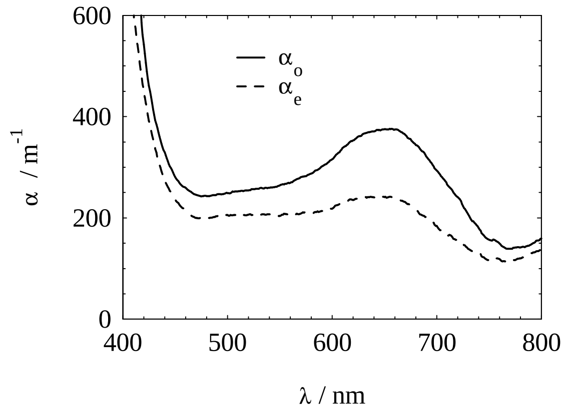


Abbildung 3.2: *Absorptionskoeffizient des BaTiO$_3$–Kristalls BT–Gr 79.1 für außerordentlich (α_e) und ordentlich (α_o) polarisiertes Licht über der Lichtwellenlänge λ.*

Kalium–Tantalat–Niobat

Kalium–Tantalat–Niobat ($KTa_{1-x}Nb_xO_3$ mit $0 \leq x \leq 1$, KTN) kristallisiert in der Perowskitstruktur [70]. Nach den Phasendiagrammen von Hellermann et al. [71], sowie Reisman et al. [70] findet eine lückenlose Mischkristallbildung über den gesamten Bereich $0 \leq x \leq 1$ statt. Da der Einbaukoeffizient von Niob geringer ist als der von Tantal weisen die Kristalle ein kleineres Niob–Tantal–Verhältnis auf als die Schmelzlösung. Während der Züchtung verarmt diese an Tantal und das Niob–Tantal–Verhältnis in den Kristallen verändert sich. Durch den Niob–Gehalt läßt sich die Phase beeinflussen, in der die Kristalle bei einer bestimmten Temperatur vorliegen. Sowohl Triebwasser [72] als auch Baller et al. [73] haben einen linearen Zusammenhang zwischen Phasenübergangstemperatur und Niobkonzentration x gefunden. Die Übergangstemperaturen von der tetragonalen in die kubische (T^{tc}) und der orthorhombischen in die tetragonale Phase (T^{ot}) lassen sich danach aus den Formeln

$$T^{\mathrm{tc}}/^\circ\mathrm{C} = 682 \cdot x - 261 \quad , \tag{3.1a}$$

$$\text{und} \qquad T^{\mathrm{ot}}/^\circ\mathrm{C} = 426 \cdot x - 224 \tag{3.1b}$$

berechnen.

Die Bezeichnungen, Abmessungen, Niob–Konzentrationen und Dotierungen der verwendeten KTN–Kristalle faßt Tabelle 3.2 zusammen. Alle Proben wurden in der Kristallzucht der Universität Osnabrück von den Herren Dr. H. Hesse und Dr. R. Pankrath nach einem modifizierten TSSG–Verfahren gezüchtet [71, 74]. Die Niob–Konzentration x wurde durch Röntgen–Fluoreszenz–Messungen bestimmt und die Angaben der Dotierung beziehen sich auf den Eisengehalt in der Schmelze.

Bezeichnung	Abmessung $a \times b \times c\,/\mathrm{mm}^3$	Niob–Konzentration x	Dotierung (in der Schmelze)	n_e
G 51.1.4	$2.44 \times 3.32 \times 4.06$	0.43 ± 0.01	undotiert	2.345
G 55.1.1	$1.58 \times 6.37 \times 6.85$	0.52 ± 0.01	undotiert	2.290
G 67.2.1	$2.03 \times 4.06 \times 4.26$	0.47 ± 0.01	1500 ppm Fe	2.307
<u>G 70.3.1.1</u>	$2.73 \times 2.96 \times 5.26$	0.48 ± 0.01	10000 ppm Fe	2.307

Tabelle 3.2: *Bezeichnungen, Abmessungen, Niob–Konzentrationen, Dotierungen und außerordentliche Brechungsindizes n_e bei $T = 30°C$ der verwendeten KTN–Kristalle [48]. Die Dimensionen geben die Kantenlängen der quaderförmigen Proben an. Bei den Experimenten werden die Kristalle entlang der **a**–Achse durchstrahlt, und c bezeichnet die Länge in Richtung der optischen Achse. Der in dieser Arbeit hauptsächlich verwendete Kristall G 70.3.1.1 ist unterstrichen.*

Zum Polarisieren werden die Proben bis an die Phasenübergangstemperatur erhitzt und ca. eine halbe Stunde einem elektrischen Feld der Feldstärke $3\,\mathrm{kV\,cm^{-1}}$ in Richtung der überwiegend schon vorhandenen Spontanpolarisierung ausgesetzt. Anschließend kühlt man die polarisierten Kristalle bei angelegtem Feld langsam auf Raumtemperatur ab. Die so behandelten Proben weisen zunächst keine sichtbaren 90°–Domänen auf. Allerdings bilden sich diese mit der Zeit in den Kristallen neu aus. Deswegen müssen die Proben vor jedem Experiment erneut polarisiert werden.

Die verwendeten KTN–Kristalle sind in der Universität Osnabrück eingehend untersucht worden. Tabelle 3.3 ist eine Zusammenstellung einiger gemessenen Größen.

Kristall	$T^{tc}/°C$ [48]	n_e [48]	$N_{eff}/10^{22}\,\mathrm{m}^{-3}$ [75, 31]	$\bar{\sigma}$ [37]	R [75, 31]
G 51.1.4	31	2.345	1,7	-1	0.05
G 55.1.1	93	2.290	–	–	–
G 67.2.1	65	2.307	5.1	-0.68	0.24
<u>G 70.3.1.1</u>	69	2.307	52	-1	0.4

Tabelle 3.3: *Parameter der verwendeten KTN–Kristalle bei $T = 30°C$. Es bezeichnet T^{tc} die Phasenübergangstemperatur von der kubischen (m3m) in die tetragonale Phase (4mm), und $\bar{\sigma}$ ist ein Faktor, der die Elektronen–Löcher–Kompensation berücksichtigt. Der außerordentliche Brechungsindex n_e gilt für die Wellenlänge $\lambda = 514.5\,\mathrm{nm}$. Der von Loheide eingeführte Reskalierungsfaktor R [37] berücksichtigt Erniedrigungen der Raumladungsfelder unbekannten Ursprungs. Die Werte von R stammen, wie auch die effektive Ladungsträgerkonzentration N_{eff}, aus einem umfangreichen Parametersatz, der durch numerische Anpassungen an experimentelle Ergebnisse gewonnen wurde. Es ist nicht auszuschließen, daß andere Parametersätze ebenfalls die gemachten Beobachtungen erklären könnten. Deshalb kann der Fehler dieser Größen nicht abgeschätzt werden [37]. Der in dieser Arbeit hauptsächlich verwendete Kristall G 70.3.1.1 ist unterstrichen.*

Der ordentliche Brechungsindex n_o ist temperaturunabhängig und beträgt für alle Kristalle $n_o = 2.345$ ($\lambda = 514.5$ nm) [37, 48]. Die außerordentlichen Brechungsindizes n_e hängen lediglich von der Differenz zwischen Kristalltemperatur und Phasenübergangstemperatur ab. Sie nehmen wie in $BaTiO_3$ mit steigender Temperatur zu. Abbildung 3.3 zeigt den thermooptischen Koeffizienten $\partial n_e/\partial T$ als Funktion der Temperatur für den Kristall G 70.3.1.1.

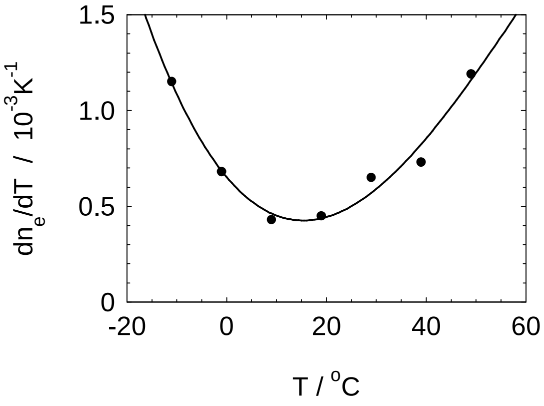


Abbildung 3.3: *Thermooptischer Koeffizient* $\partial n_e/\partial T$ *von* $KaTa_{0.52}Nb_{0.48}O_3$ *über der Temperatur* T *[48] für die Lichtwellenlänge* $\lambda = 514.5\,\mathrm{nm}$. *Die Symbole entsprechen den Meßwerten, und die durchgezogene Linie ist ein angepaßtes Polynom zweiten Grades.*

Photorefraktive parametrische Streuprozesse werden nur in der Probe G 70.3.1.1 beobachtet. Dieser Kristall zeigt aufgrund der hohen Eisendotierung eine große effektive Ladungsträgerkonzentration N_{eff} [75]. Durch Oxidation konnte diese weiter erhöht und gleichzeitig die Elektronen–Löcher–Kompensation aufgehoben werden [31]. Der Kristall ist ein reiner Löcherleiter ($\bar{\sigma} = -1$). Die genaue Beschreibung der thermischen Behandlung findet man in [37, 31]. Abbildung 3.4 zeigt die Absorptionsspektren $\alpha_e(\lambda)$ und $\alpha_o(\lambda)$ für außerordentlich und ordentlich polarisiertes Licht vor und nach der Temperbehandlung. Da sich die Absorptionsbanden im Rahmen der Meßgenauigkeit in den letzten Jahren nicht weiter verändert haben, kann man annehmen, daß der Oxidationszustand erhalten geblieben ist. Bei der in dieser Arbeit verwendeten Lichtwellenlänge $\lambda = 514.5$ nm beträgt die Absorption $\alpha_e = 183\,\mathrm{m}^{-1}$ bzw. $\alpha_o = 313\,\mathrm{m}^{-1}$.

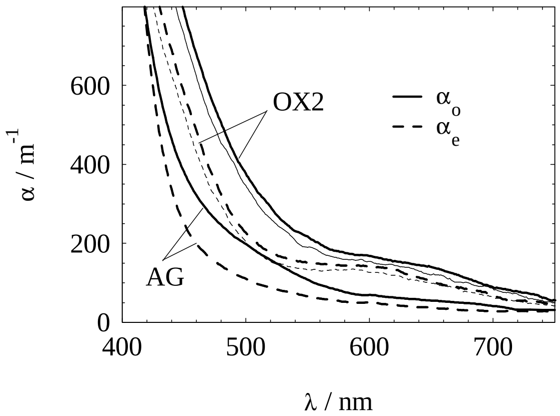


Abbildung 3.4: *Absorptionskoeffizient des* $KaTa_{0.52}Nb_{0.48}O_3$*–Kristalls G 70.3.1.1 für außerordentlich* (α_e) *und ordentlich* (α_o) *polarisiertes Licht über der Lichtwellenlänge* λ. *Die Messungen wurden von Loheide vor (AG) und nach (OX2) einer Oxidation durchgeführt [31]. Die dünnen Linien entsprechen einer erneuten Messung im Rahmen dieser Arbeit.*

Weitere Materialien

Die Tabelle 3.4 stellt die Bezeichnungen, Abmessungen und Dotierungen weiterer Kristalle vor, für die die elektrooptischen Koeffizienten $r_{13\,1}$ und $r_{23\,2}$ bestimmt werden. Es handelt sich um die Perowskite Barium–Calcium–Titanat ($Ba_{0.773}Ca_{0.227}TiO_3$, BCT) und Kaliumniobat ($KNbO_3$), sowie das in der Wolfram–Bronze–Struktur kristallisierende Strontium–Barium–Niobat ($Sr_{0.61}Ba_{0.39}Nb_2O_6$, SBN). Während BCT und SBN bei Raumtemperatur optisch einachsig sind (Punktgruppe 4mm), ist Kaliumniobat optisch zweiachsig (mm2).

Kristall	Abmessungen $a \times b \times c\,/\mathrm{mm}^3$	Dotierung	Brechungsindex $\lambda = 514.5$ nm
$KNbO_3$			
17.13.7	$3.36 \times 3.53 \times 5.47$	100 ppm Fe $^{a)}$	$n_\mathrm{a} = 2.3329$
			$n_\mathrm{b} = 2.3941$
			$n_\mathrm{c} = 2.2116$
$Sr_{0.61}Ba_{0.39}Nb_2O_6$			
SBN–49.2	$5.38 \times 5.00 \times 5.40$	750 ppm Cr $^{b)}$	$n_\mathrm{o} = 2.370$
			$n_\mathrm{e} = 2.335$
$Ba_{0.773}Ca_{0.227}TiO_3$			
BCT–B 52	$2.79 \times 3.05 \times 4.39$	588 ppm Fe $^{b)}$	$n_\mathrm{o} = 2.471$
			$n_\mathrm{e} = 2.399$

$^{a)}$Konzentration im Kristall, bestimmt durch Atomabsorptionsspektroskopie
$^{b)}$Konzentration in der Schmelze

Tabelle 3.4: *Übersicht über weitere untersuchte Kristalle. Die Dimensionen geben die Kantenlängen der quaderförmigen Proben an. Die Werte für die Brechungsindizes stammen für $KNbO_3$ aus [76], für SBN aus [77] und BCT aus [78].*

Die verwendeten Kristalle sind alle von der Kristallzucht der Universität Osnabrück hergestellt und präpariert worden.

3.2 Die elektrooptischen Koeffizienten r_{131} und r_{232}

Herkömmliche interferometrische Methoden zur Bestimmung elektrooptischer Koeffizienten eigen sich nur in besonders geschnittenen Kristallen zur Messung der Außerdiagonalelemente $r_{131} = r_{232}$. Diese Kristalle sind jedoch schwer zu polen, da keine Oberfläche senkrecht zur $\boldsymbol{c}$–Achse liegt, an die ein elektrisches Feld angelegt werden könnte. Aus diesem Grund fehlen diese Koeffizienten üblicherweise in Veröffentlichungen, die gemessene elektrooptische Koeffizienten präsentieren.

Im Rahmen dieser Arbeit stehen ebenfalls keine Kristalle zur Verfügung, die eine interferometrische Bestimmung der Außerdiagonalelemente des linearen elektrooptischen Tensors erlauben. Aus diesem Grund findet eine alternative Meßmethode Verwendung.

3.2.1 Meßmethode

Für die Bestimmung der elektrooptischen Koeffizienten r_{131} und r_{232} wird der Aufbau nach van Raalte [32] gemäß Abb. 3.5 gewählt. Das Licht eines Argon–Ionen–Lasers der Wellenlänge $\lambda = 514.5$ nm durchläuft einen Polarisator und trifft auf den zu untersuchenden Kristall. Die Probe ist so orientiert, daß sich der Lichtstrahl entlang der kristallographischen $\boldsymbol{b}$–Achse ausbreitet. Der Kristall befindet sich auf einem Drehtisch und ist um diese Achse mit einer Auflösung von einer Bogenminute frei drehbar. Nach der Probe

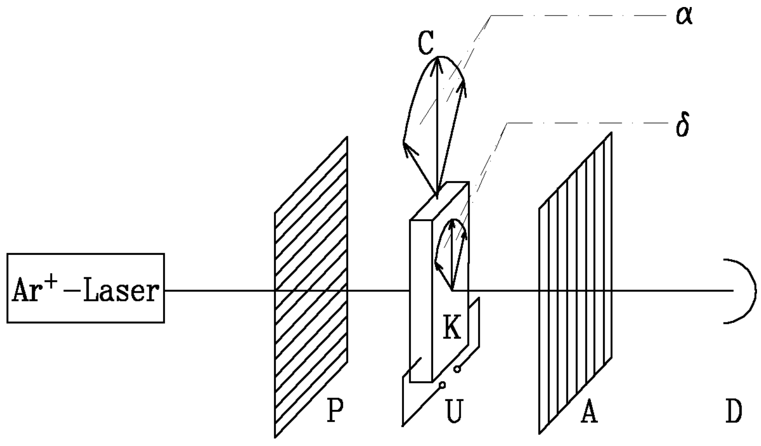


Abbildung 3.5: *Schematische Darstellung des Aufbaus zur Messung der elektrooptischen Koeffizienten r_{131} und r_{232}. Der Lichtstrahl eines Argon–Ionen–Lasers ($\lambda = 514.5\,\mathrm{nm}$) durchläuft einen Polarisator (P), Kristall (K), Analysator (A) und trifft auf die Photodiode (D). Die an den Kristall angelegte Spannung (U) bewirkt eine Verkippung der Indikatrix um den Winkel δ. Der Kristall befindet sich auf einem Drehtisch, dessen Drehachse mit der Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls zusammenfällt, und kann um den Winkel α verkippt werden.*

durchläuft der Laserstrahl einen Analysator und trifft auf einen Silizium–Photodetektor, der die Intensität mißt.

An die Flächen senkrecht zur $\boldsymbol{a}$–Achse wird eine sinusförmige Wechselspannung der Frequenz 40 Hz angelegt. Das resultierende elektrische Feld $E = U/a$ bewirkt über den elektrooptischen Effekt im Kristall eine Drehung der Indikatrix um den Winkel

$$\delta = r_{131}^{\mathrm{T}} \frac{n_{\mathrm{o}}^2 n_{\mathrm{e}}^2}{n_{\mathrm{o}}^2 - n_{\mathrm{e}}^2} \frac{E}{2} \quad . \tag{3.2}$$

Aufgrund der geringen Frequenz, weit unterhalb der akustischen Resonanzfrequenzen der Materialien, bestimmt man durch die Messung des Drehwinkels δ den freien elektrooptischen Koeffizienten r_{131}^{T}. Die Bestimmung des Elements r_{232}^{T} erfolgt analog, indem man die Ausbreitungsrichtung des Lichtstrahls parallel zur $\boldsymbol{a}$–Achse wählt und das elektrische Feld $E = U/b$ entlang der $\boldsymbol{b}$–Achse anlegt.

Die Methode zur Messung des Drehwinkels δ wird anhand der zeitabhängigen Intensitäten in Abb. 3.6 erklärt. Zunächst wird der Kristall so justiert, daß die einfallende Lichtwelle senkrecht zur $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls, d.h. ordentlich, polarisiert ist. Dadurch bleibt die Polarisation des Lichts bei der Transmission durch den Kristall erhalten, und auf die Photodiode hinter dem Analysator fällt kein Licht. Legt man die sinusförmig modulierte Spannung U (gestrichelte Linie in Abb. 3.6(a)) wie beschrieben an den Kristall an, induziert diese gemäß der Formel (3.2) eine ebenfalls zeitlich modulierte Verkippung δ der Indikatrix. Die Doppelbrechung des Kristalls bewirkt nun eine Drehung der Polarisationsebene des Laserstrahls. Die Photodiode hinter dem Analysator detektiert ein mit der doppelten Frequenz (80 Hz) schwankendes Intensitätssignal (durchgezogene Linie in Abb. 3.6(a)). Verkippt man anschließend den Kristall um einen Winkel α, so ändert sich der zeitliche Verlauf der transmittierten Intensität (Abb. 3.6(b)). Eine Verdrehung

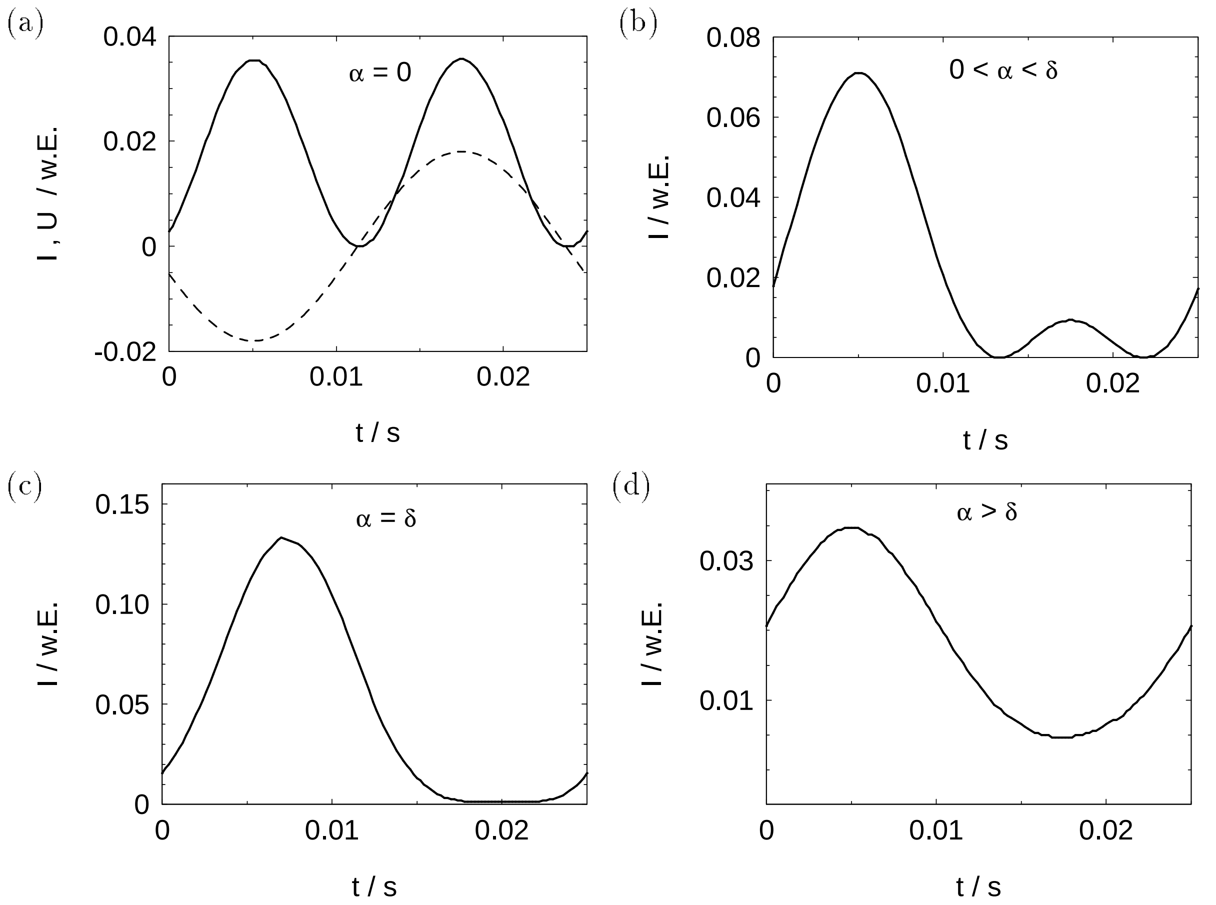


Abbildung 3.6: *Zeitliche Modulation der Detektorintensität I aufgrund einer am Kristall anliegenden elektrischen Spannung U, die in (a) als gestrichelte Linie eingezeichnet ist. Alle Werte sind in willkürlichen Einheiten aufgetragen. Die einzelnen Bilder unterscheiden sich durch den Winkel α, um den der Kristall aus der Nullage verdreht ist. Der Winkel δ bezeichnet die maximale spannungsinduzierte Verkippung der Indikatrix (siehe Text).*

der $\boldsymbol{c}$–Achse um den Winkel $\alpha = \delta$ kompensiert die maximal induzierte Verkippung der Indikatrix. Dadurch mißt die Photodiode ein ebenfalls mit der Frequenz 40 Hz moduliertes Signal (Abb. 3.6(c)). Eine weitere Drehung des Kristalls über den Winkel $\pm\delta$ hinaus verhindert eine völlige Auslöschung des transmittierten Lichts am Analysator, weil die spannungsinduzierte Verkippung der Indikatrix zu keiner Zeit die Verdrehung $\alpha > \delta$ kompensiert (Abb. 3.6(d)).

Da die vorgestellte Meßmethode auf der Bestimmung eines Drehwinkels beruht und nicht die Phase des transmittierten Lichts analysiert wird, beeinflussen Dickenänderungen der Kristalle aufgrund des piezoelektrischen Effektes die Meßergebnisse nicht.

3.2.2 Ergebnisse

Im Experiment verdreht man den Kristall in beide Richtungen so weit bis die maximale Verkippung der Indikatrix kompensiert wird und bestimmt den dazu nötigen Differenzwinkel $\Delta\alpha = 2\delta$. Dadurch beeinflußt eine ungenaue Nullpunktjustage die Meßergebnisse nicht. Die Messung wird für verschiedene Spannungen durchgeführt und aus der Ausgleichsgeraden an die Meßwerte der elektrooptische Koeffizient nach Formel (3.2) berechnet. Alle Versuche werden bei Raumtemperatur $T = 23°\mathrm{C}$ und der Lichtwellenlänge $\lambda = 514.5$ nm durchgeführt.

Kalium–Tantalat–Niobat

Der elektrooptische Koeffizient r_{131}^{T} wird in den drei Kalium–Tantalat–Niobaten G 51.1.4, G 55.1.1 und G 67.2.1 gemessen. Die Kristalle unterscheiden sich in ihrer Zusammensetzung durch den Niob–Anteil x und damit durch die Differenz $T^{\mathrm{tc}} - T$ bzw. $T^{\mathrm{ot}} - T$ zwischen Phasenübergangstemperatur und Raumtemperatur (siehe Tabelle 3.3 oder Formel (3.1)). In Abb. 3.7 sind die Verkippungen der Indikatrix als Funktion des elektrischen Feldes dargestellt.

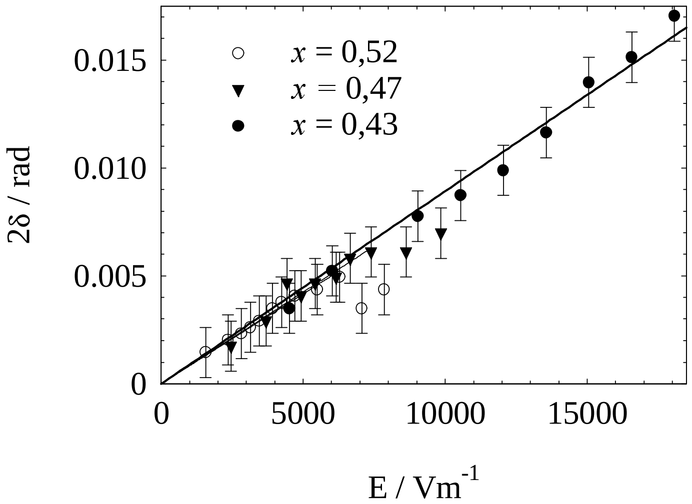


Abbildung 3.7: *Bestimmung des elektrooptischen Koeffizienten $r_{131}^{\mathrm{T}} = r_{232}^{\mathrm{T}}$ in den KTN–Kristallen G 51.1.4 (Niob–Gehalt $x = 0.43$), G 67.2.1 ($x = 0.47$) und G 55.1.1 ($x = 0.52$). Aufgetragen ist der Verkippungswinkel 2δ der Indikatrix als Funktion der elektrischen Feldstärke E. Die Symbole kennzeichnen die Meßergebnisse, und die Linien entsprechen Ausgleichsgeraden.*

Die aus der linearen Ausgleichsgeraden nach Formel (3.2) berechneten elektrooptischen Koeffizienten faßt Tabelle 3.5 zusammen. Der Einbruch der linearen Abhängigkeit des Verkippungswinkels 2δ von der Feldstärke E für die Kristalle G 55.1.1 $x = 0.52$ und G 67.2.1 $x = 0.47$ in Abb. 3.7 könnte das Ergebnis einer teilweisen Entpolung der Kristalle sein. Durch das elektrisches Feld senkrecht zur $\boldsymbol{c}$–Achse entstehen leicht 90°–Domänen. In diesen Domänen liegt das elektrische Feld nicht mehr senkrecht zur $\boldsymbol{c}$–Achse und kann keine Verkippung der Indikatrix hervorrufen. Dadurch werden kleinere Verdrehungen gemessen. Aus diesem Grunde finden bei diesen beiden Kristallen jeweils die zwei Meßwerte mit den größten angelegten Spannungen bei der Anpassung der Ausgleichsgeraden keine Berücksichtigung. Auffällig ist die fast exakte Übereinstimmung der Steigungen aller drei Ausgleichsgeraden. Diese sind ebenfalls in Tabelle 3.5 enthalten.

Kristall	x	T^{tc} /°C	$r^{\mathrm{T}}_{131} = r^{\mathrm{T}}_{232}$ / pm V^{-1}	$r_{131} n_{\mathrm{o}}^2 n_{\mathrm{e}}^2 / (n_{\mathrm{o}}^2 - n_{\mathrm{e}}^2)$ / nm V^{-1}
G 51.1.4	0.43	31 [48]	1580 ± 110	890 ± 60
G 67.2.1	0.47	65 [48]	5770 ± 1150	850 ± 170
G 55.1.1	0.52	93 [48]	7850 ± 1550	840 ± 190

Tabelle 3.5: *Bezeichnungen, Niob–Konzentrationen x, Phasenübergangstemperaturen T^{tc} und freie elektrooptische Koeffizienten $r^{\mathrm{T}}_{131} = r^{\mathrm{T}}_{232}$ der untersuchten KTN–Kristalle. Die elektrooptischen Koeffizienten wurden aus den ebenfalls angegebenen Steigungen der Ausgleichsgeraden in Abb. 3.7 berechnet.*

Abbildung 3.8(a) zeigt den elektrooptischen Koeffizient r^{T}_{131} in Abhängigkeit von der Niob–Konzentration x. Der Koeffizient nimmt mit der Konzentrationen x zu. Aus den Gleichungen (3.1) lassen sich die entsprechenden Phasenübergangstemperaturen berechnen. Trägt man die gemessenen elektrooptischen Koeffizienten als Funktion der Differenz

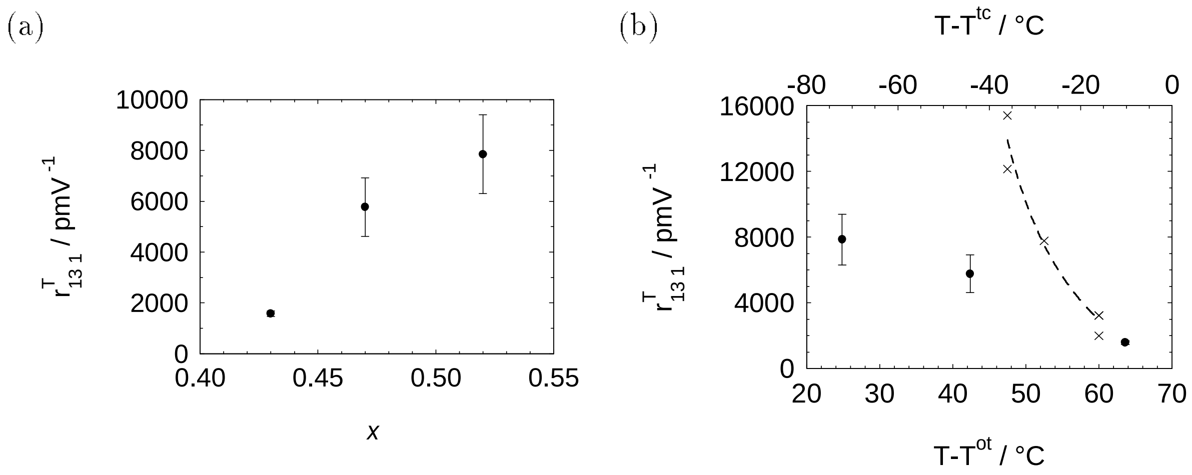


Abbildung 3.8: *Elektrooptischer Koeffizient $r^{\mathrm{T}}_{131} = r^{\mathrm{T}}_{232}$ in KTN als Funktion der Niob–Konzentration x (a) und der Differenz von Raumtemperatur zur Phasenübergangstemperatur $T - T^{\mathrm{tc}}$ bzw. $T - T^{\mathrm{ot}}$ (b). Alle Messungen wurden bei Raumtemperatur $T = 23$°C und der Lichtwellenlänge $\lambda = 514.5$ nm durchgeführt. In (b) sind zusätzlich die Koeffizienten mach van Raalte [32] als Funktion von $T - T^{\mathrm{tc}}$ enthalten ($\times$). Diese Messungen wurden bei verschiedenen Temperaturen und weißem Licht durchgeführt. Die gestrichelte Kurve ist eine Anpassung an die Meßwerte von van Raalte nach dem Curie–Weiß–Gesetz.*

zwischen Raumtemperatur und Phasenübergangstemperatur $T - T^{\mathrm{tc}}$ bzw. $T - T^{\mathrm{ot}}$ auf, so ergibt sich Abb. 3.8(b). Mit steigender Temperatur verringert sich der Wert des Außerdiagonalelementes r^{T}_{131}. Diese Verhalten wurde ebenfalls von van Raalte [32] beobachtet und ist auch für $BaTiO_3$ [79] bekannt. Die Meßergebnisse nach van Raalte sind ebenfalls in Abb. 3.8(b) als Funktion von $T - T^{\mathrm{tc}}$ dargestellt. Bei einem Vergleich muß jedoch beachtet werden, daß diese Werte aus Messungen an Kristallen unterschiedlicher Zusammensetzung stammen, die bei verschiedenen Temperaturen durchgeführt wurden. Sie können nicht auf die zweite Abszisse $T - T^{\mathrm{ot}}$ bezogen werden.

Andere Materialien

Zur Überprüfung der Meßmethode werden die Verkippungen der Indikatrix als Funktion der angelegten Spannung auch in Kristallen anderer Materialien untersucht (siehe Abb. 3.9). Die Ausgleichsgeraden ergeben die in Tabelle 3.6 zusammengestellten elektrooptischen Koeffizienten.

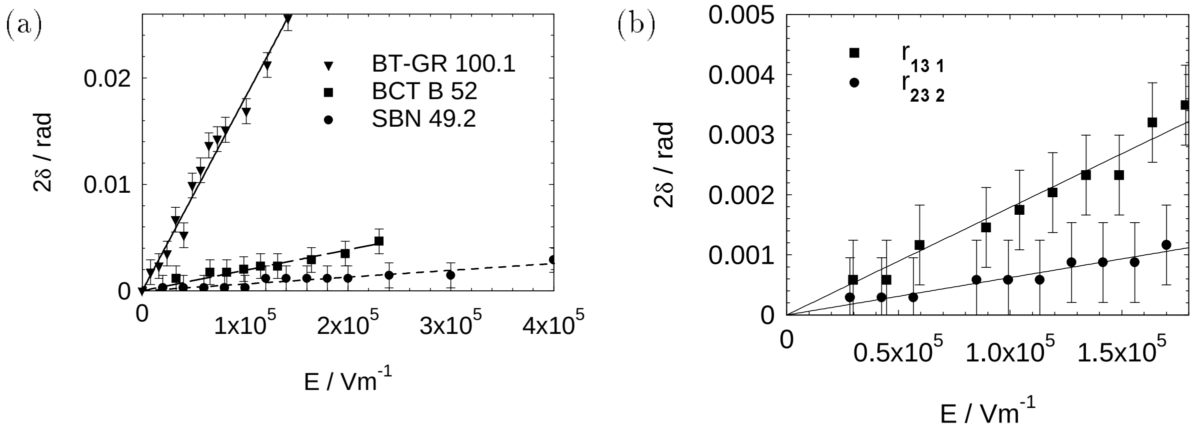


Abbildung 3.9: *Verkippung der Indikatrix als Funktion des anliegenden elektrischen Feldes in den Kristallen (a) $Sr_{0.61}Ba_{0.39}Nb_2O_6$ (SBN–49.2), $Ba_{0.773}Ca_{0.227}TiO_3$ (BCT–B 52), $BaTiO_3$ (BT–Gr 100.1) und (b) $KNbO_3$ 17.13.7. Im biaxialen $KNbO_3$ unterscheiden sich die elektrooptischen Koeffizienten $r_{13\,1}$ und $r_{23\,2}$. Alle Messungen wurden bei Raumtemperatur $T = 23°\mathrm{C}$ und der Lichtwellenlänge $\lambda = 514.5\,\mathrm{nm}$ durchgeführt. Die Punkte entsprechen den Meßwerten, und die Linien sind lineare Anpassungen.*

Material	Bezeichnung	$r^{T}_{ij\,k}$ / pm V^{-1} (diese Arbeit)	(Literaturwert)	Ref.
$BaTiO_3$	BT–Gr 100.1	$r^{T}_{13\,1} = 1580 \pm 80$	$r^{T}_{13\,1} = 1300 \pm 150$ [a)]	[80]
			$r^{T}_{13\,1} = 1750 \pm 18$ [b)]	[79]
$KNbO_3$	17.13.7	$r^{T}_{23\,2} = 370 \pm 90$	$r^{T}_{23\,2} = 350$	[81]
		$r^{T}_{13\,1} = 190 \pm 90$	$r^{T}_{13\,1} = 170$	[81]
BCT	B 52	$r^{T}_{13\,1} = 190 \pm 50$	$r^{T}_{13\,1} = -5 \pm 12$	[82]
SBN	49.2	$r^{T}_{13\,1} = 35 \pm 15$	$r^{T}_{13\,1} = 42$	[83]

a) $\lambda = 633$ nm

b) Weißes Licht

Tabelle 3.6: *Vergleich der in verschiedenen Materialien gemessenen freien elektrooptischen Koeffizienten ($T = 23°\mathrm{C}$, $\lambda = 514.5\,\mathrm{nm}$) mit Literaturwerten.*

3.2.3 Diskussion

In KTN werden wie erwartet große elektrooptische Koeffizienten gemessen. Sie liegen für die Kristalle G 67.2.1 und G 55.1.1 deutlich über denen von $BaTiO_3$. Ein Vergleich mit existierenden Literaturwerten ist nur schwer möglich. Diese wurden durch van Raalte [32] an Kristallen unterschiedlicher, nicht angegebener Zusammensetzung bei unterschiedlichen Temperaturen bestimmt. Aufgrund der aufgeführten Phasenübergangstemperaturen $T^{\mathrm{tc}} = 40°\mathrm{C}$, $T^{\mathrm{tc}} = 52°\mathrm{C}$ und $T^{\mathrm{tc}} = 60°\mathrm{C}$ berechnet man mit Gleichung(3.1a) die Niob–Konzentration der van Raalte–Kristalle zu $x = 0.44$, $x = 0.46$ und $x = 0.47$. Formel (3.1b) läßt danach den Phasenübergang in die orthorhombische Phase bei $T^{\mathrm{ot}} = -36°\mathrm{C}$, $T^{\mathrm{ot}} = -28°\mathrm{C}$ und $T^{\mathrm{ot}} = -23°\mathrm{C}$ erwarten. Jedoch deutet eine Anpassung an die Meßwerte nach dem Curie–Weiß–Gesetz (siehe Abb. 3.8(b)) auf einen Phasenübergang im Bereich $T - T^{\mathrm{tc}} = (-55 \pm 5)°\mathrm{C}$ hin, d.h. $T^{\mathrm{ot}} = (-15 \pm 5)°\mathrm{C}$, $T^{\mathrm{ot}} = (-7 \pm 5)°\mathrm{C}$ und $T^{\mathrm{ot}} = (5 \pm 5)°\mathrm{C}$. Dies bedeutet, daß entweder Gleichung (3.1) die van Raalte–Kristalle nicht richtig beschreibt oder falsche Brechungsindizes verwendet oder von unzutreffenden Phasenübergangstemperaturen ausgegangen wurde. Insbesondere verwendet van Raalte Brechungsindizes aus [84], die zum Teil stark von denen unserer Proben abweichen [48]. Gerade die Brechungsindizes gehen kritisch in die Bestimmung der elektrooptischen Koeffizienten aus der Indikatrixdrehung ein (siehe Gleichung (3.2)). Vergleicht man dennoch die Werte der beiden Kristalle von eventuell gleicher Zusammensetzung $x = 0.47$, so ist der Koeffizient $r^{\mathrm{T}}_{131} \approx 12000$ pm/V bei Zimmertemperatur ($T = 24°\mathrm{C}$) nach van Raalte ungefähr doppelt so hoch wie der im Rahmen dieser Arbeit bestimmte Wert $r^{\mathrm{T}}_{131} \approx 5770$ pm/V. Der gleiche Faktor liegt auch zwischen den von Loheide [48] und van Raalte [32] bestimmten Diagonalelementen r^{T}_{333}.

Bemerkenswert ist die Übereinstimmung der Steigungen der Ausgleichsgeraden in Abb. 3.7. Dies bedeutet, daß sich die Indikatrix aller drei verwendeten Kristalle bei einem angelegten elektrischen Feld um den gleichen Winkel verkippt, obwohl sich die drei Proben in ihren optischen und mechanischen Materialeigenschaften unterscheiden. Es bleibt jedoch offen, ob die weitgehende Übereinstimmung der Werte $n_{\mathrm{o}}^2 n_{\mathrm{e}}^2 r_{131}/(n_{\mathrm{o}}^2 - n_{\mathrm{e}}^2) = 860$ nm/V rein zufällig ist, sich mit der Temperatur in einem Kristall ändert, oder eventuell sowohl für alle Zusammensetzungen als auch den gesamten Temperaturbereich der tetragonalen Phase konstant ist.

Die in anderen Materialien gemessenen Koeffizienten in Tabelle 3.6 stimmen mit einer Ausnahme sehr gut mit den Literaturwerten überein. Signifikant weicht nur der in Barium–Calcium–Titanat gemessene Wert $r^{\mathrm{T}}_{131} = (190 \pm 50)$ pm/V von dem von Kuper gemessenen Koeffizienten $r^{\mathrm{T}}_{131} = (-5 \pm 12)$ pm/V ab [82]. Eine mögliche Erklärung für die große Diskrepanz könnte eine unterschiedliche Zusammensetzung der Kristalle sein. Diese wurden zwar aus Schmelzen gleicher Zusammensetzung gezogen, aber eventuell könnten sich die eingebauten Konzentrationen von Barium und Calcium unterscheiden [85].

Für $BaTiO_3$ existiert kein Literaturwert für die Wellenlänge $\lambda = 514.5\,\mathrm{nm}$. Jedoch liegt der in dieser Arbeit gemessene Koeffizient $r^{\mathrm{T}}_{131} = (1580 \pm 70)$ pm/V nur geringfügig über dem Vergleichswert $r^{\mathrm{T}}_{131} = (1300 \pm 150)$ pm/V, der von Zgonik et al. [80] für $\lambda = 633$ nm bestimmt wurde. Diese Abnahme des Außerdiagonalelements im elektrooptischen Tensor mit zunehmender Wellenlänge wird in $BaTiO_3$ erwartet [86]. Der zweite Vergleichswert wurde mit weißem Licht ermittelt und stimmt ebenfalls gut mit dem Ergebnis dieser Arbeit überein.

Die angewandte Meßmethode erweist sich als besonders ungenau in Kristallen mit hoher Doppelbrechung, wie z.B. $KNbO_3$. Selbst große elektrooptische Koeffizienten führen in diesen Materialien zu geringen Verkippungen der Indikatrix und großen relativen Meßfehlern.

Kapitel 4

Photorefraktive parametrische Verstärkung in $BaTiO_3$

In diesem Kapitel werden die vier elementaren Prozesse (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo), (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ ee), (oo $\xrightarrow{\mathcal{B}}$ eo) und (ee $\xrightarrow{\mathcal{B}}$ oe), die interessant für die Signalstrahlverstärkung sein können, sowohl theoretisch als auch experimentell untersucht. Zuerst wird der jeweilige Prozeß beschrieben und anhand der Phasen der beteiligten Wellen analysiert, unter welchen Bedingungen es zu Verstärkungen kommen kann. Entsprechend den Ergebnissen werden anschließend für jeden Prozeß die Verstärkungsfaktoren berechnet. Je nach Eignung zur Signalverstärkung werden die einzelnen Prozesse dann unterschiedlich intensiv experimentell untersucht und die Ergebnisse mit theoretischen Vorhersagen verglichen und diskutiert.

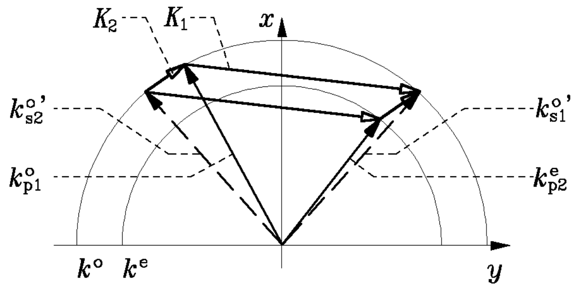
4.1 Der $\mathcal{A}$–Prozeß: oe $\rightharpoonup$ oo

4.1.1 Modell

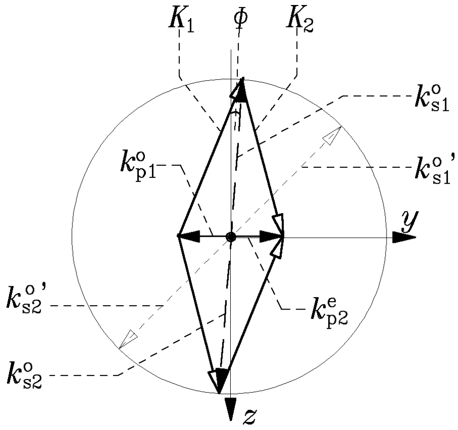
Die Wellenvektordiagramme für den Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) sind in den Abb. 4.1(a) und (b) dargestellt. Sie leiten sich aus Abb. 2.3(a) und 2.4(a) ab, indem man die Polarisationen der beteiligten Wellen einsetzt. Im vorherigen Kapitel wurde beschrieben, daß der Prozeß für die zwei Orientierungen der $\boldsymbol{c}$–Achse parallel zur $\boldsymbol{y}$– oder $\boldsymbol{z}$–Achse interessant ist. Für den Fall, daß die $\boldsymbol{c}$–Achse parallel zur $\boldsymbol{z}$–Achse unseres Koordinatensystems liegt, wurde die zugehörige Streufigur bereits 1991 in $BaTiO_3$ entdeckt [43]. Das Foto der Streufigur ist in Abb. 4.1(c) zu sehen. Man erkennt außer zwei hellen Punkten, die von den transmittierten Pumpstrahlen gebildet werden, zwei symmetrisch liegende Segmente eines Streukreises. Diese sind durch zwei senkrechte Geraden begrenzt. Nur im *erlaubten* Bereich zwischen den Pumpwellen wird effizient Streulicht verstärkt, im Gegensatz zum *verbotenen* Bereich links und rechts der Pumpwellen. Der Öffnungswinkel des Streukreises ist durch die Phasenanpassungsbedingung festgelegt und immer größer als der Pumpwinkel. Aus diesem Grund spricht man auch von dem *äußeren* Streukreis. Es entsteht keine Streufigur, wenn die $\boldsymbol{c}$–Achse parallel zur $\boldsymbol{y}$–Achse orientiert ist.

Abbildung 4.1:
(a) Phasenanpassungsbedingung für den Prozeß (oe $\stackrel{A}{\to}$ oo) *in der Einfallsebene der Pumpstrahlen* (verbotener Bereich*). (b) Projektion des Wellenvektordiagramms auf eine Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung für Streuwellen im* erlaubten *(*$\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}$ *und* $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}$*) und im* verbotenen *Bereich (*$\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}{}'$ *und* $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}{}'$*). (c) Foto des Streubildes.*

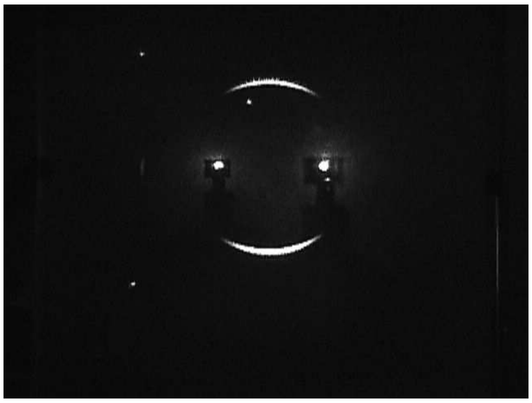
(a)



(b)



(c)



Im folgenden wird der Verstärkungsprozeß anhand des Wellenvektordiagramms in Abb. 4.1 beschrieben. Zunächst sei die $\boldsymbol{c}$–Achse senkrecht zur Bildebene der Abb. 4.1(a) und parallel zur $\boldsymbol{z}$–Achse in Abb. 4.1(b) ausgerichtet. Entsprechend des Erscheinungsbildes des Streurings unterscheidet man dabei den *erlaubten* von dem *verbotenen* Bereich. Die Phasen der beteiligten Streuwellen $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}$ und $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}$ bzw. $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}{}'$ und $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}{}'$ werden mit ϕ_{s1} und ϕ_{s2} benannt, die der Pumpwellen mit ϕ_{p1} und ϕ_{p2}.

Entsteht im Kristall eine ordentlich polarisierte Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}$, erzeugt diese mit der ebenfalls ordentlich polarisierten Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ das Brechungsindexgitter $\boldsymbol{K}_1 = \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ der Phase $\phi_{\mathbf{K}_1} = \phi_{\mathrm{s1}} - \phi_{\mathrm{p1}} - \Delta\phi$. Die Phasenverschiebung $\Delta\phi$ des Brechungsindexgitters gegenüber dem aufzeichnenden Intensitätsmuster berücksichtigt den entsprechenden Ladungstransportmechanismus. Für Diffusion gilt $\Delta\phi = \pi/2$. Erfüllt die außerordentlich polarisierte Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ für dieses Gitter die Bragg–Bedingung, d.h. die Phasenanpassungsbedingung

$$\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}} + \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}} = \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} + \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}} \quad , \tag{4.1}$$

wird sie entgegen dem Gittervektor in die Welle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}$ abgebeugt. Die abgebeugte Welle hat die Phase $\phi_{\mathrm{s2}} = \phi_{\mathrm{p2}} - \phi_{\mathbf{K}_1} + \pi/2 = \phi_{\mathrm{p2}} + \phi_{\mathrm{p1}} - \phi_{\mathrm{s1}} + \pi/2 + \Delta\phi$. Sie summiert sich aus der Phase der abgebeugten Welle ϕ_{p2}, der des Gitters $\phi_{\mathbf{K}_1}$ und der zusätzlichen Verschiebung von $\pi/2$ durch die Beugung. Diese Welle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}$ erzeugt mit $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ das Brechungsindexgitter $\boldsymbol{K}_2 = \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ der Phase $\phi_{\mathbf{K}_2} = \phi_{\mathrm{s2}} - \phi_{\mathrm{p1}} - \Delta\phi = \phi_{\mathrm{p2}} - \phi_{\mathrm{s1}} + \pi/2$. Für dieses Gitter erfüllt $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ automatisch die Bragg–Bedingung und beugt in die primäre Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}$ ab. Die

Phase $\phi_{\mathrm{p2}\to\mathrm{s1}}$ dieser abgebeugten Welle summiert sich zu $\phi_{\mathrm{p2}\to\mathrm{s1}} = \phi_{\mathrm{p2}} - \phi_{\mathbf{K}_2} + \pi/2 = \phi_{\mathrm{s1}}$. Sie interferiert konstruktiv mit der auslösenden Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}$ und verstärkt diese.

Entsteht im *verbotenen* Bereich eine Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}{}'$, erzeugt diese mit der ebenfalls ordentlich polarisierten Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ das Brechungsindexgitter $\boldsymbol{K}_1 = \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}{}' - \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ der Phase $\phi_{\mathbf{K}_1} = \phi_{\mathrm{s1}} - \phi_{\mathrm{p1}} - \Delta\phi$. An diesem wird $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ nach $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}{}'$ abgebeugt. Die abgebeugte Welle trägt die Phase $\phi_{\mathrm{p2}\to\mathrm{s2}} = \phi_{\mathrm{s2}} = \phi_{\mathrm{p2}} + \phi_{\mathrm{p1}} - \phi_{\mathrm{s1}} + \pi/2 + \Delta\phi$. Allerdings hat das Brechungsindexgitter, das durch diese Welle mit $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ erzeugt wird, im *verbotenen* Bereich den Gittervektor $\boldsymbol{K}_2 = \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}{}'$ und die Phase $\phi_{\mathbf{K}_2} = \phi_{\mathrm{p1}} - \phi_{\mathrm{s2}} - \Delta\phi = -\phi_{\mathrm{p2}} + \phi_{\mathrm{s1}} - \pi/2 - 2\Delta\phi$. An $\boldsymbol{K}_2$ wird $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ in die primäre Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}{}'$ abgebeugt. Die abgebeugte Welle trägt die Phase $\phi_{\mathrm{p2}\to\mathrm{s1}} = \phi_{\mathrm{pe}} - \phi_{\mathbf{K}_2} + \pi/2 = \phi_{\mathrm{s1}} + 2\Delta\phi$. Sie interferiert bei Diffusion, $\phi_{\mathrm{p2}\to\mathrm{s1}} = \phi_{\mathrm{s1}} + \pi$, destruktiv mit der auslösenden Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}{}'$ und schwächt diese ab.

Sowohl im *erlaubten* als auch im *verbotenen* Bereich heben sich die Phasenverschiebungen von je $\pi/2$ durch die beiden Beugungsprozesse gegenseitig auf. Die außerordentliche Pumpwelle wird im *erlaubten* Bereich zweimal in die gleiche Richtung abgebeugt, d.h. zweimal in Richtung der $\boldsymbol{y}$–Achse in Abb. 4.1(b), d.h. der $\boldsymbol{b}$–Achse des Kristalls. Dabei kompensieren sich auch die Phasenverschiebungen der beiden Brechungsindexgitter. Im *verbotenen* Bereich wird die Pumpwelle einmal in Richtung der $\boldsymbol{y}$–Achse in die Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}$ und einmal entgegen der $\boldsymbol{y}$–Achse in die Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}$ abgebeugt. Die Phasenverschiebungen der Brechungsindexgitter addieren sich zu $2\Delta\phi$. Der in $BaTiO_3$ und KTN dominierende Ladungstransportmechanismus Diffusion verhindert eine Verstärkung in diesen Bereichen. Allerdings erzeugen Frequenzverstimmungen oder äußere elektrische Felder Phasenverschiebungen $\Delta\phi \neq \pi/2$ und ermöglichen auch im *verbotenen* Bereich die Verstärkung von Signalstrahlen.

Allgemein führen $\mathcal{A}$–Prozesse in $BaTiO_3$und KTN nur zu Streulichtverstärkungen über die Koeffizienten $r_{13\,1}$ und $r_{23\,2}$, wenn die zwei beteiligten Beugungsprozesse relativ zur $\boldsymbol{a}$– bzw. $\boldsymbol{b}$–Achse des Kristalls in die gleiche Richtung verlaufen oder äußere elektrische Felder bzw. Frequenzverstimmungen eine von $\pi/2$ abweichende Phasenverschiebung zwischen Lichtmuster und Brechungsindexgitter erzeugen.

Aus diesem Grund entsteht kein Streukreis, wenn die $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls parallel zur $\boldsymbol{y}$–Achse in Abb. 4.1(b) orientiert ist. Bei der Wechselwirkung mit einem Streuwellenpaar wird die Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ einmal in Richtung der $\boldsymbol{a}$– bzw. $\boldsymbol{b}$–Achse nach oben und einmal entgegen der $\boldsymbol{a}$– bzw. $\boldsymbol{b}$–Achse nach unten abgebeugt. Der ganze Streukreis liegt im *verbotenen* Bereich.

4.1.2 Theorie

Der Streuprozeß (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ oo) war in den vergangenen Jahren Gegenstand intensiver Forschungsarbeiten [43, 87, 88, 89, 90, 91]. In allen Veröffentlichungen blieben jedoch sowohl die Raumladungsbegrenzung als auch piezoelektrische und elastooptische Effekte unberücksichtigt. Die Auswirkungen frequenzverstimmter Signalstrahlen wurden nie untersucht.

Aus den Gleichungen (2.28) erhält man für die Amplituden eines auf den Kristall fallenden Signalstrahls $A^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}(x=0) = A^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s1}}$ und des im Kristall generierten phasenkonjugierten Strahls $A^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}(x=0) = 0$:

$$
\begin{aligned}
A^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}(x) &= A^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s1}}\left(\cosh\Gamma x + \frac{i\Delta K_x}{2\Gamma}\sinh\Gamma x\right) \quad , && (4.2a)\\
A^{\mathrm{o}*}_{\mathrm{s2}}(x) &= A^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s1}}\frac{\hat{V}^{\mathcal{A}}_{21}}{\Gamma}\sinh\Gamma x \quad , && (4.2b)\\
\Gamma &= \sqrt{\gamma^2 - \Delta K_x^2/4} \quad , \quad \gamma = \sqrt{\hat{V}^{\mathcal{A}}_{12}\,\hat{V}^{\mathcal{A}}_{21}} \quad . && (4.2c)
\end{aligned}
$$

Ein phasenangepaßter Signalstrahl , d.h. $\Delta\boldsymbol{K} = 0$, gewinnt im Kristall exponentiell mit dem Verstärkungsfaktor $\Re\{\gamma\}$ an Energie. Gleiches gilt für die phasenkonjugierte generierte Welle. Berücksichtigt man die Polarisationen der beteiligten Wellen, d.h. $\boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}} \perp \boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}$ und $\boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}} \perp \boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}$, ist der Verstärkungsfaktor nach Gleichung (2.31) im erlaubten Bereich durch

$$
\gamma = 2\frac{\sqrt{I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} I^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}}}{I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} + I^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}}\sqrt{\kappa_1^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s2}}\kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}\,*}(\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}\cdot\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}})(\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}\cdot\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}})} \tag{4.3}
$$

gegeben. Im verbotenen Bereich lautet er nach Gleichung (2.25)

$$
\gamma = 2\frac{\sqrt{I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} I^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}}}{I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} + I^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}}\sqrt{-\kappa_1^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s2}\,*}\kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}\,*}(\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}\cdot\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}})(\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}\cdot\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}})} \quad . \tag{4.4}
$$

Dabei ist in der Näherung unerschöpflicher Pumpwellen die Gesamtintensität I_{G} die Summe der Pumpintensitäten: $I_{\mathrm{G}} = I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} + I^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$. Die Kopplungskonstanten $\kappa_{1,2}$ der Gitter $\boldsymbol{K}_{1,2}$ berechnet man analag zu der Gleichung (2.14) bei der Zweistrahlkopplung oder Beugung:

$$
\kappa_{1,2}^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s2,s1}} = -i\,R\,\bar{\sigma}\,\frac{\pi}{2n_{\mathrm{o}}\lambda\cos\theta^{\mathrm{in}}_{\mathrm{s2,s1}}}\left[\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2,s1}}\cdot\delta\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^{0}_{1,2}\cdot\boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}\right] \quad . \tag{4.5}
$$

Sie hängen wie die Polarisationseinheitsvektoren vom Pumpwinkel θ_{p} und der Ausbreitungsrichtung auf dem Kreis ab, d.h. von dem Azimuthwinkel Φ (siehe. Abb. 4.1(b)).

Für phasenangepaßte parametrische Streuung ($\Delta\boldsymbol{K} = 0, \Gamma = \gamma \gg 0$) unter dem Azimuthwinkel $\Phi = 0°$ mit den Anfangsbedingungen $A^{\mathrm{o}}_{\mathrm{si}}(x=0) = A^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{si}}$ bzw. $I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{si}}(x=0) = I^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{si}}$ resultiert (2.30) in der Lösung für die Amplitude bzw. Intensität der Streuwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}$:

$$
\begin{aligned}
A^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}(x) &= \left(A^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s1}} - A^{\mathrm{o\,i}*}_{\mathrm{s2}}\,e^{i(\phi_{\mathrm{p1}}+\phi_{\mathrm{p2}})}\right)\frac{e^{\gamma x}}{2} \quad , && (4.6a)\\
I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}(x) &= \left(I^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s1}} + I^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s2}}\right)\cdot\left(1 - m_{\mathrm{s}}\cos\left(\phi_{\mathrm{p1}}+\phi_{\mathrm{p2}}-\phi_{\mathrm{s1}}-\phi_{\mathrm{s2}}\right)\right)\frac{e^{2\gamma x}}{4} \quad . && (4.6b)
\end{aligned}
$$

Hier bezeichnet $m_{\mathrm{s}} = \sqrt{I^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s1}}\,I^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s2}}}/(I^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s1}} + I^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s2}})$ die Intensitätsmodulation der unverstärkten Streuwellen im Kristall.

In Abb. 4.2 ist der exponentielle Verstärkungsfaktor $\Re\{\gamma\}$ (4.3) bzw. (4.4) für einen frequenzentarteten Signalstrahl in einem $\mathrm{BaTiO_3}$–Kristall der Raumladungsträgerdichte $N_{\mathrm{eff}} = 5\cdot 10^{22}\,\mathrm{m^{-3}}$ dargestellt. Der Prozeß ermöglicht unter diesen Bedingungen die

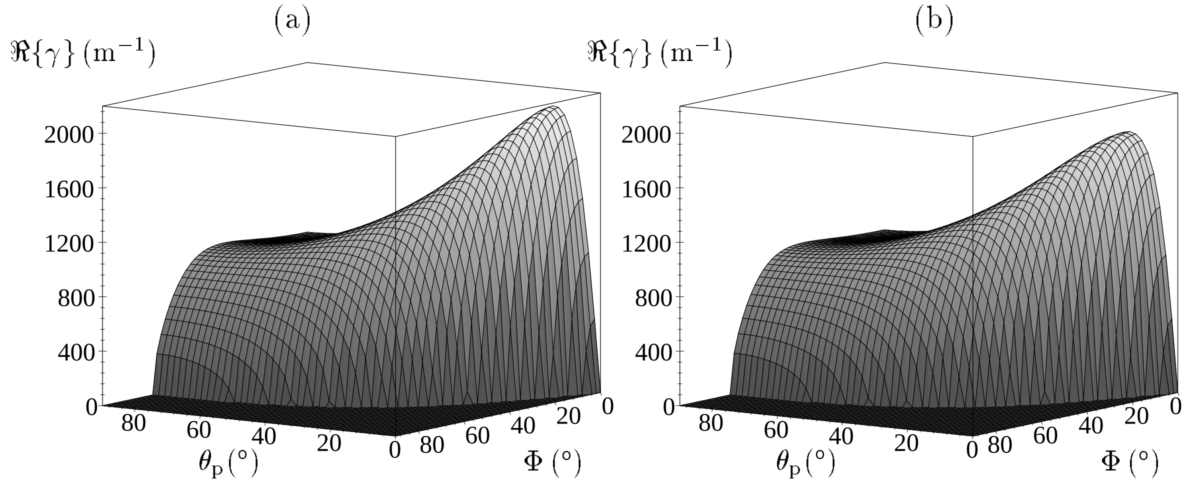


Abbildung 4.2: *Verstärkungsfaktoren $\Re\{\gamma\}$ des Prozesses (oe $\overset{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ oo) als Funktion des Pumpwinkels θ_p und des Azimuthwinkels Φ (a) ohne und (b) mit Berücksichtigung des piezoelektrischen Effekts ($N_\mathrm{eff} = 0.5 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$, $\Omega = 0\,\mathrm{Hz}$, $I^\mathrm{o}_\mathrm{p1} = I^\mathrm{e}_\mathrm{p2}$, $R\bar{\sigma} = -1$).*

größten Verstärkungen, wenn der Signalstrahl unter dem Azimuthwinkel $\Phi = 0°$ (Abb. 4.1) auf den Kristall fällt. Es gilt $\kappa_1^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s2}} = \kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}}$ und

$$\gamma = \frac{\sqrt{I^\mathrm{o}_\mathrm{p1} I^\mathrm{e}_\mathrm{p2}}}{I^\mathrm{o}_\mathrm{p1} + I^\mathrm{e}_\mathrm{p2}} \frac{\pi}{\lambda \cos\theta^\mathrm{in}_\mathrm{s2}}\, n_\mathrm{o} n_\mathrm{e}^2\, R\, |\bar{\sigma}|\, (\boldsymbol{e}^\mathrm{o}_\mathrm{s2} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}^\mathrm{eff}_{||\mathbf{K}_1} \cdot \boldsymbol{e}^\mathrm{e}_\mathrm{p2})\, |E^0_\mathrm{sc\,1}|\, (\boldsymbol{e}^\mathrm{o}_\mathrm{s1} \cdot \boldsymbol{e}^\mathrm{o}_\mathrm{p1}) \quad . \tag{4.7}$$

Der Verstärkungsfaktor ist proportional zum Betrag des Raumladungsfeldes, d.h. unabhängig von der Phasenverschiebung zwischen Raumladungsfeld und Interferenzmuster immer reell: $\Re\{\gamma(\Phi = 0)\} = \gamma(\Phi = 0)$. Der inverse piezoelektrische und der elastooptische Effekt machen sich nur geringfügig bemerkbar. Sie reduzieren die maximal zu erreichende Verstärkung um ungefähr 10%.

Der günstigste Pumpwinkel θ_p nimmt mit der effektiven Ladungsträgerkonzentration N_eff zu (Abb. 4.3). Für $\theta_\mathrm{p} > 20°$ treten deutliche raumladungsbegrenzende Effekte auf. Der

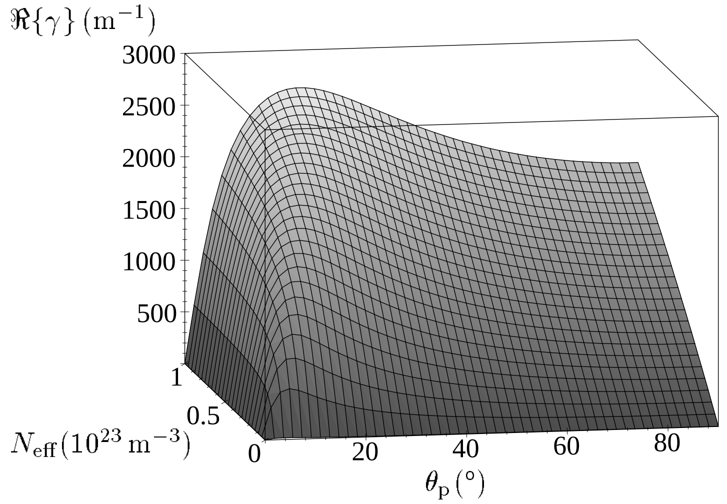


Abbildung 4.3: *Verstärkungsfaktor $\Re\{\gamma\}$ des Prozesses (oe $\overset{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ oo) als Funktion des Pumpwinkels θ_p und der Raumladungsträgerdichte N_eff ($\Phi = 0°$, $\Omega = 0\,\mathrm{Hz}$, $I^\mathrm{o}_\mathrm{p1} = I^\mathrm{e}_\mathrm{p2}$, $R\bar{\sigma} = -1$).*

Verstärkungsfaktor (4.7) ist hier wie das Raumladungsfeld (2.6) direkt proportional zur effektiven Ladungsträgerkonzentration: $E_\mathrm{q} \ll E_\mathrm{d} \Rightarrow E^0_\mathrm{sc} = iE_\mathrm{q} \propto N_\mathrm{eff}$.

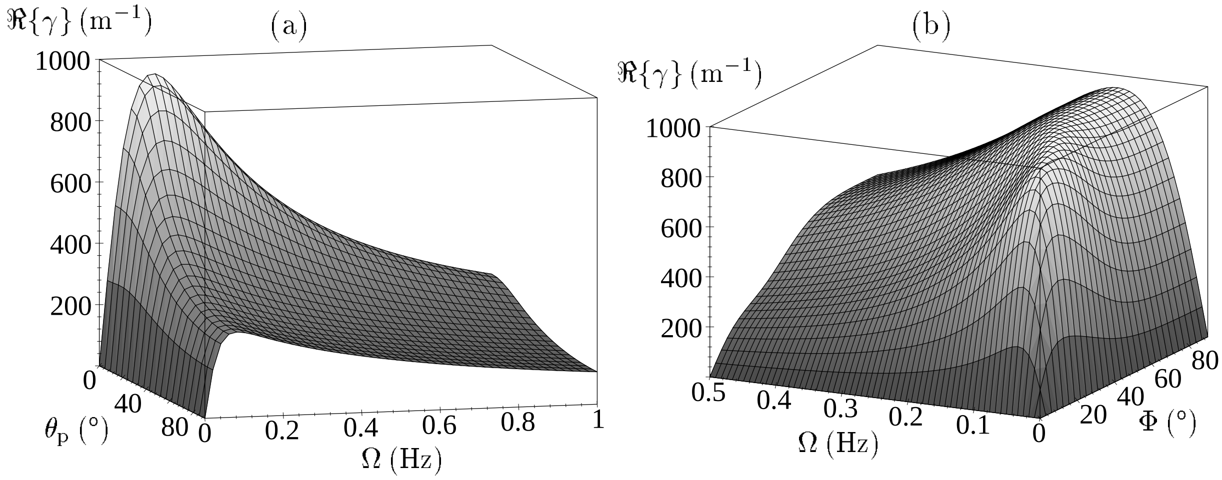


Abbildung 4.4: *Verstärkungsfaktor* $\Re\{\gamma\}$ *des Prozesses* (oe $\xrightarrow{A}$ oo) *in Abhängigkeit der Frequenzverstimmung des Signalstrahls* Ω *(*$N_\mathrm{eff} = 0.5 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$, $I^\mathrm{o}_\mathrm{p1} = I^\mathrm{e}_\mathrm{p2}$, $R\bar{\sigma} = -1$*); (a) als Funktion des Pumpwinkels* θ_p *bei dem Azimuthwinkel* $\Phi = 0°$*; (b) als Funktion von* Φ *bei* $\theta_\mathrm{p} = 0°$.

Durch eine Frequenzverstimmung des Signalstrahls kann auch im verbotenen Bereich eine Verstärkung ermöglicht werden. Abbildung 4.4 zeigt den exponentiellen Verstärkungsfaktor als Funktion der Frequenzverstimmung Ω, des Pumpwinkels θ_p und des Azimuthwinkels Φ. Größte Verstärkungen treten bei $\theta_\mathrm{p} = 0°$ und $\Phi = 90°$ auf, d.h. wenn nur ein Pumpstrahl gemischter Polarisation auf den Kristall fällt und sich der Signalstrahl in der Pumpwellenebene ausbreitet. Der Verstärkungsfaktor (4.4) lautet in diesem Fall:

$$\gamma = \frac{\sqrt{I^\mathrm{o}_\mathrm{p1} I^\mathrm{e}_\mathrm{p2}}}{I^\mathrm{o}_\mathrm{p1} + I^\mathrm{e}_\mathrm{p2}} \frac{\pi}{\lambda \cos\theta^\mathrm{in}_\mathrm{s2}}\, n_\mathrm{o} n_\mathrm{e}^2\, R\, |\bar{\sigma}|\, (\boldsymbol{e}^\mathrm{o}_\mathrm{s2} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}^\mathrm{eff}_{\|\mathbf{K}_1} \cdot \boldsymbol{e}^\mathrm{e}_\mathrm{p2})\, E^{0*}_\mathrm{sc\,1} (\boldsymbol{e}^\mathrm{o}_\mathrm{s1} \cdot \boldsymbol{e}^\mathrm{o}_\mathrm{p1}) \quad . \tag{4.8}$$

Der Realteil von (4.8) ist antisymmetrisch in Bezug auf die Frequenzverstimmung Ω. Dadurch ist die Verstärkung eines Signalstrahls $\mathrm{G_s} = |A^\mathrm{o}_\mathrm{s1}(x)|^2/|A^\mathrm{o\,i}_\mathrm{s1}|^2$ symmetrisch bezüglich Ω (siehe Gleichung (4.2a)). Die Antisymmetrie von (4.8) bleibt auch bei einer Verletzung der Phasenanpassungsbedingung erhalten (siehe Gleichung (4.2c) und Abb. 4.5(a)). Allerdings zerstört eine Fehlanpassung $\Delta\boldsymbol{K}$ die Symmetrie in der Signalstrahlverstärkung $\mathrm{G_s} = |A^\mathrm{o}_\mathrm{s1}(x)|^2/|A^\mathrm{o\,i}_\mathrm{s1}|^2$ (siehe Abb. 4.5(b)). Das Frequenzspektrum der Generationsrate $\mathrm{G_g} = |A^\mathrm{o}_\mathrm{s2}(x)|^2/|A^\mathrm{o\,i}_\mathrm{s1}|^2$ bleibt auch bei $\Delta K \neq 0$ symmetrisch (siehe Gleichung (4.2b) und Abb. 4.5(c)).

4.1.3 Experimente und Diskussion

In diesem Abschnitt werden zuerst die Messungen im *erlaubten* Bereich beschrieben und die experimentellen Ergebnisse diskutiert. Gleiches folgt anschließend für den verbotenen Bereich.

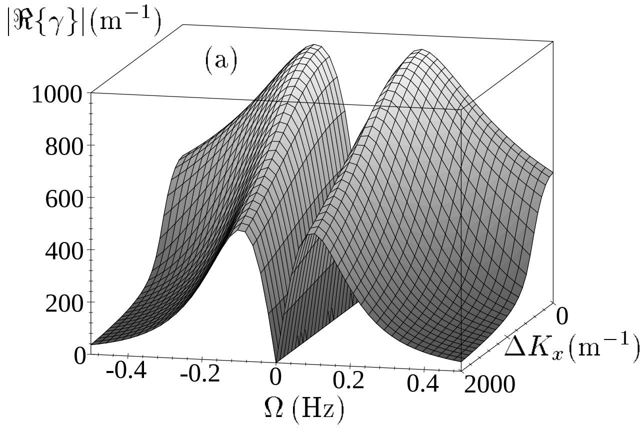
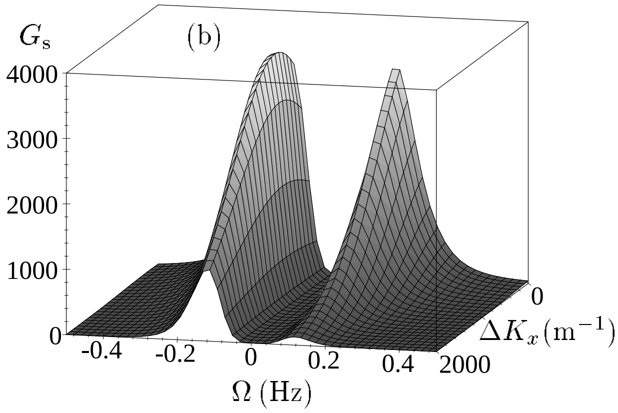
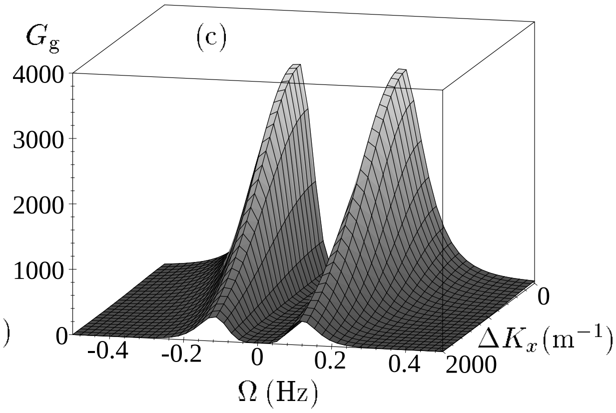


Abbildung 4.5: *Verstärkung des Prozesses (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) im verbotenen Bereich ($\Phi = 90°$) als Funktion der Frequenzverstimmung Ω und einer Verletzung der Phasenanpassungsbedingung $\Delta \boldsymbol{K}$ ($N_{\mathrm{eff}} = 0.5 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$, $I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} = I^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$, $R\bar{\sigma} = -1$, Kristalldicke $d = 5\,\mathrm{mm}$).*
(a) Betrag des Realteils des Verstärkungsfaktors (4.8).
(b) Verstärkung eines Signalstrahls $G_{\mathrm{s}} = I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}}/I^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s1}}$.
(c) Generationsrate des phasenkonjugierten Strahls $G_{\mathrm{g}} = I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s2}}/I^{\mathrm{o\,i}}_{\mathrm{s1}}$.





Erlaubter Bereich: Aufbau

Die Skizze in Abb. 4.6 verdeutlicht den prinzipiellen Aufbau der Experimente zur parametrischen Verstärkung im *erlaubten* Bereich.

Als Lichtquelle dient ein Argon–Ionen–Laser der Wellenlänge $\lambda = 514.5\,\mathrm{nm}$. Der Strahldurchmesser beträgt ca. 2.3 mm, und die Ausgangsintensität ist im Bereich $(2{-}50)\,\mathrm{W\,cm^{-2}}$ wählbar. Sollen Intensitäten in dieser Größenordnung an den Kristall herangeführt werden, wird auf einen sonst üblichen Raumfrequenzfilter verzichtet.

Ein Strahlteiler teilt den Laserstrahl im Verhältnis 2:1 auf, wobei der schwächere Anteil als Signalwelle und der intensivere zur Erzeugung der Pumpwellen dient. Eine Anordnung aus verschiebbaren Spiegeln und einem Strahlteiler erzeugt aus dem primären Pumpstrahl ein kohärentes Pumpwellenpaar, das symmetrisch auf den Kristall fällt. Zwei schrittmotorgesteuerte Kleindrehtische können je eine Verzögerungsplatte und einen Polarisator definiert mit einer Auflösung von $(1/6)°$ drehen. Dadurch kann die Polarisation und die Intensität beider Pumpwellen beliebig geregelt werden. Es kommen hier aus Quarz gefertigte Verzögerungsplatten nullter Ordnung und Glan–Thompson–Polarisatoren zum Einsatz, womit ein Polarisationsgrad besser als $1{:}10^{-4}$ erreicht wird. Der Signalstrahl wird über zwei Spiegel, die mit Mikrometerschrauben verkippt werden können, auf den Kristall gelenkt. Die Polarisation mittels einer Halbwellenplatte eingestellt. Außer-

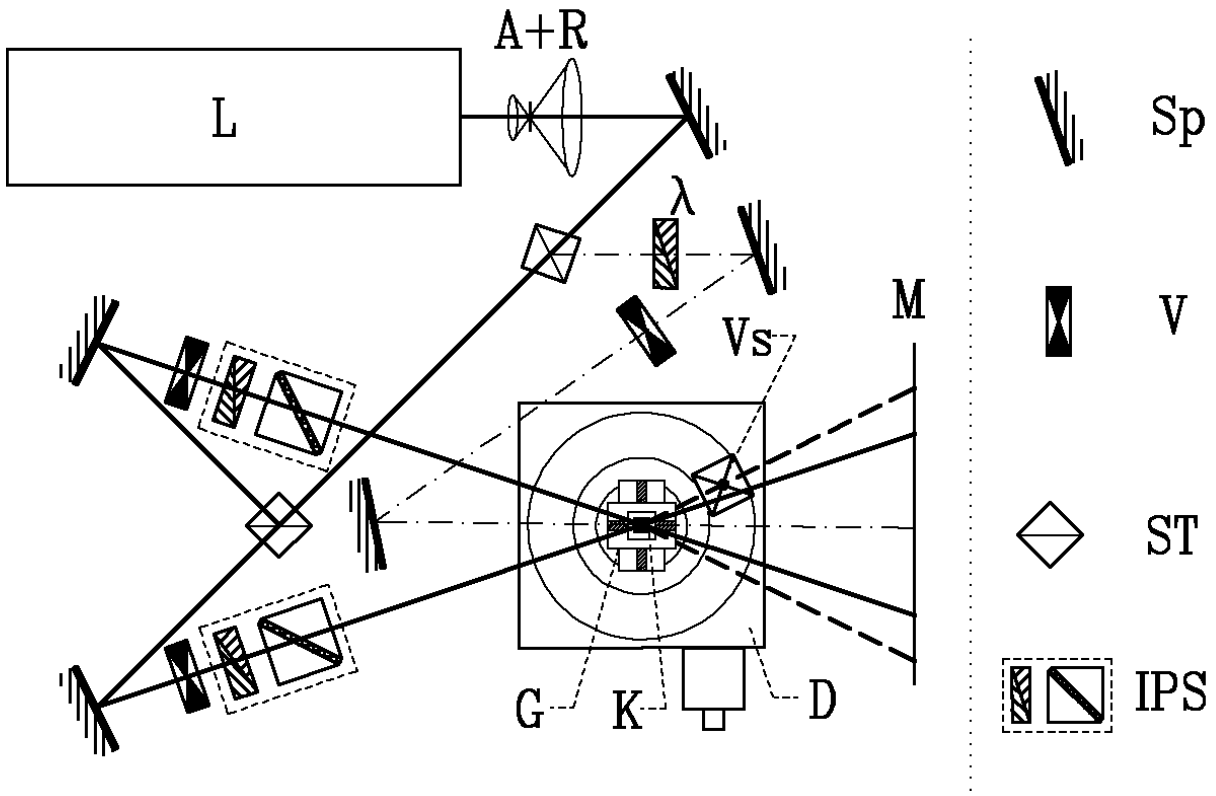


Abbildung 4.6: *Aufbauskizze und Strahlengang des Holographie–Meßplatzes in Aufsicht.* L*: Argon–Ionen–Laser,* A+R*: Aufweitungssystem mit Raumfrequenzfilter,* Sp*: Umlenkspiegel,* ST*: Strahlteiler,* λ*: Halbwellenplatte,* V*: elektromechanischer Verschluß,* IPS*: Intensitäts–/Polarisations–Steller,* D*: motorgetriebener Drehtisch,* Vs*: Visiereinrichtung,* G*: 3–Achsen–Goniometerkopf,* K*: Kristallprobe,* M*: Mattscheibe. Die fett eingezeichneten Linien symbolisieren den Strahlverlauf der Pumpwellen und die strichpunktierte Linie den des Signalstrahls.*

dem ist es möglich, die Intensität der Signalwelle durch Neutralglasfilter um bis zu 8 Größenordnungen zu reduzieren.

Die $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls steht senkrecht auf der Ebene, die durch die beiden Pumpstrahlen aufgespannt wird. Um sowohl diese Bedingung als auch eine Abweichung davon in definierter Weise einstellen zu können, wird der Kristall auf einem 3-Achsen-Goniometerkopf postiert. Damit kann der Kristall um drei Raumachsen mit einer Genauigkeit von ca. 0.05° verkippt werden. Ein Drehtisch mit einer Winkelauflösung von 0.001° und einem freien Innendurchmesser von ca. 20 cm ist so aufgebaut, daß seine Drehachse mit der Hochachse des Kristalls zusammenfällt. Das hiermit erfolgende Anvisieren von Pump–, Signal– oder Streuwellen erlaubt es, deren Ein- und Ausfallwinkel mit einer Genauigkeit von ungefähr 0.1° zu bestimmen.

Die bei den Experimenten entstehenden Streumuster können von einem ca. 1 Meter hinter dem Kristall positionierten Schirm abfotografiert werden. Transparentes Papier dient hier als Mattscheibe. Da der große Intensitätsbereich der zu dokumentierenden Bilder den Dynamikbereich von üblichem Photomaterial und digitalen Kameras überfordert, werden die intensiven Bildpunkte der transmittierten Pumpwellen oft durch lichtundurchlässiges Material abgedeckt.

Die Intensität der Lichtwellen wird mit Hilfe von Silizium–Photodetektoren vermessen, denen neben einer Blende bei Bedarf ein Neutralglasfilter vorgestellt ist. Die Steuerung der Verstärkungselektronik durch den Meßrechner ermöglicht dabei einen nutzbaren Dynamikbereich von bis zu 8 Größenordnungen und die Erfassung von bis zu 5 Meßwerten pro Sekunde. Um eine bessere Zeitauflösung zu erhalten, werden die Detektorsignale zunächst von einem Speicheroszilloskop aufgenommen und anschließend ausgelesen.

Das Löschen der in den Kristallproben erzeugten Hologramme erfolgt in den meisten Fällen durch homogene Beleuchtung über einen angemessenen Zeitraum von etwa 5 bis 15 Minuten mit dem inkohärenten, weißen Licht einer Niedervolt–Halogenlichtquelle (150 W). Diese wird über ein Wellenleiterfaserbündel dicht an den Kristall herangeführt.

Ein Meßrechner erlaubt es alle Lichtstrahlen über elektromechanische Verschlüsse einzeln ein- oder auszuschalten. Desweiteren übernimmt er die Einstellung der Polarisationen und Intensitäten beider Pumpstrahlen sowie die Ansteuerung des Drehtisches und der Löschlampe.

In diesem Abschnitt wird der einfallende Signalstrahl immer mit $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}$, die beiden orthogonal polarisierten Pumpwellen mit $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o}}$ und $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}}$ und der im Kristall generierte Strahl mit $\boldsymbol{k}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{o}}$ bezeichnet.

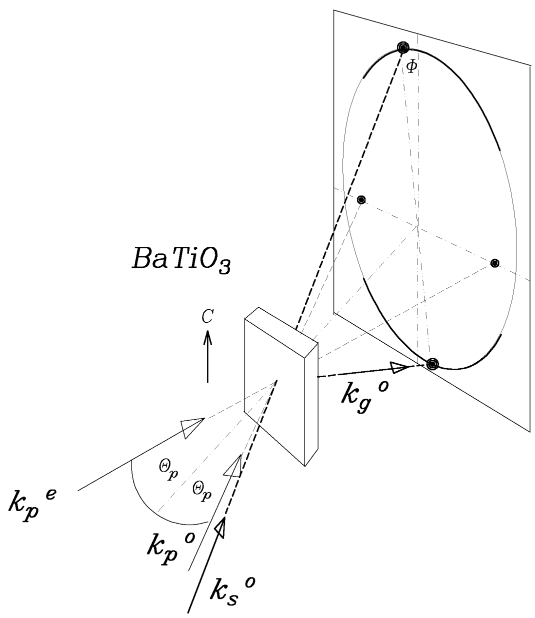
Erlaubter Bereich: Ergebnisse und Diskussion

Beleuchten beide Pumpstrahlen $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o,e}}$ den Kristall wie in der Skizze der Abb. 4.7(a) angedeutet, beobachtet man auf einem Schirm hinter dem Kristall den ordentlich polarisierten Streukreis, dessen Foto in Abb. 4.7(b) gezeigt ist. Wenn die Signalwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}$ so auf den Kristall fällt, daß sie sich entlang des Streukegels ausbreitet, wird sie im Kristall verstärkt. Entsprechend der Theorie wird in diesem Fall ein vierter Strahl generiert, der sich auf der gegenüberliegenden Seite des Streukegels ausbreitet (siehe Abb. 4.7(c)).

Nach den Gleichungen (4.2) sollte dieser Strahl phasenkonjugiert zum einfallenden Signalwelle sein. Diese Eigenschaft wird durch die Verwendung einer Linse im Strahlengang der Signalwelle überprüft. Je nach Lage des Brennpunktes vor oder hinter dem Kristall erzeugt man in diesem einen divergenten oder konvergenten Signalstrahl. Die transmittierte generierte Welle ist immer entgegengesetzt zum Signalstrahl, konvergent oder divergent.

Die durchgezogenen Linien in Abb. 4.8 repräsentieren typische zeitliche Entwicklungen der transmittierten Signalstrahlintensität I_{s} für zwei verschiedene Experimente. Im Fall (a) beleuchtet zu Beginn nur die Signalwelle den Kristall. Nach 18 Sekunden werden die Pumpstrahlen eingeschaltet, und die Intensität der Signalwelle I_{s} steigt um ca. 3 Größenordnungen. Im Fall (b) beleuchten zunächst nur die Pumpstrahlen den Kristall. Während dieser Zeit wird Streulicht auf dem Streukreis verstärkt. Da der Signalstrahl so justiert ist, daß er sich entlang des Streukreises ausbreitet, fällt dieses verstärkte Streulicht auf den Detektor, der zur Messung von I_{s} aufgestellt ist. Der zeitliche Verlauf in Abb. 4.8(b) entspricht dieser Entwicklung der Streulichtintensität. Nachdem diese zum

(a)



(b)

(c)

Abbildung 4.7: *(a) Schematischer Strahlenverlauf: Eine ordentlich und eine außerordentlich polarisierte Pumpwelle* $\boldsymbol{k}_\mathrm{p}^\mathrm{o}$ *und* $\boldsymbol{k}_\mathrm{p}^\mathrm{e}$ *fallen unter dem Winkel* $2\theta_\mathrm{p}$ *symmetrisch auf den BaTiO*$_3$*–Kristall. Verstärktes Streulicht wird auf einem Kegel ausgestrahlt. (b) Foto des Streurings auf einem Schirm hinter dem Kristall. (c) Wenn sich ein zusätzlicher Signalstrahl* $\boldsymbol{k}_\mathrm{s}^\mathrm{o}$ *entlang des Streukegels ausbreitet, entsteht im Kristall ein zusätzlicher Strahl* $\boldsymbol{k}_\mathrm{g}^\mathrm{o}$.

Zeitpunkt t = 105 s einen stationären Wert erreicht hat, wird der Signalstrahl eingeschaltet. Er wächst in seiner Intensität bis er den gleichen stationären Wert wie in Experiment (a) erreicht hat. Die Reihenfolge des Einschaltens der Lichtwellen beeinflußt das Ergebnis der Messungen nicht. Multistabilitäten, die in der photorefraktiven Wellen–Mischung in BaTiO$_3$ häufig vorkommen [92, 93], treten hier nicht auf. Diese können dazu führen, daß anders als bei den in Abb. 4.8 dargestellten Ergebnissen, das Resultat eines Experiments entscheidend von der Reihenfolge des Versuchsablaufs abhängt. Insbesondere bei der Zweistrahlkopplung kann ein zuerst eingeschalteter Pumpstrahl dazu führen, daß durch dessen Wechselwirkung mit Streuwellen im Kristall oszillierende Wellen entstehen [21, 94]. Als Resonatorspiegel dienen dabei die Kristallflächen, da Reflektivitäten von wenigen Prozent genügen [95]. Durch Speisung der oszillierenden Wellen kann ein Großteil der Pumpstrahlintensität aufgebraucht werden und steht für die entsprechend geringere Verstärkung einer später eingeschalteten Signalwelle nicht mehr zur Verfügung. Beleuchtet die Signalwelle die Probe jedoch gleichzeitig mit dem Pumpstrahl, kann die Signalverstärkung durch die Abschwächung des Pumpstrahls die Ausbildung von oszillierenden Wellen verhindern und eine größere Signalstrahlverstärkung ermöglichen. Eine alleinige außerordentliche Pumpwelle $\boldsymbol{k}_\mathrm{p}^\mathrm{o}$ führt im verwendeten Kristall BT–Gr 79.1 ebenfalls zur Ausbildung einer oszillierenden Welle. Allerdings läßt der zusätzliche ordentlich polarisierte Pumpstrahl diese Oszillation aufgrund der Reduktion der Modulation im Wechselwirkungsgebiet immer zusammenbrechen. Die gestrichelten Linien in Abb. 4.8 geben die

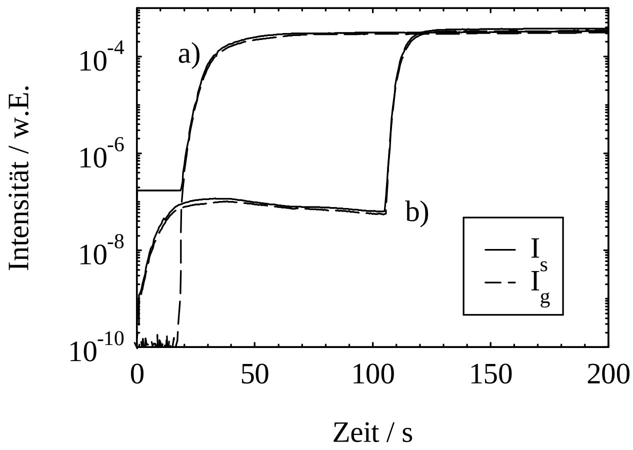


Abbildung 4.8: *Zeitliche Entwicklung der Intensität des Signalstrahls I_s und des generierten Strahls I_g für das Einschalten des Signalstrahls vor den Pumpstrahlen (a) und umgekehrt (b).*

Intensität des generierten Strahls I_g für beide Experimente wieder. Sie ist immer nahezu gleich der Signalstrahlintensität I_s. Diese Beobachtung wird nach Gleichung (4.2) auch für den eingestellten Azimuthwinkel $\Phi = 0°$ erwartet: $\gamma \gg |\Delta \boldsymbol{K}| \Rightarrow I_\mathrm{s}(\Phi = 0°) = I_\mathrm{g}(\Phi = 0°)$. Selbstverständlich existiert der generierte Strahl nicht ohne Pumpstrahlen.

Abbildung 4.9 zeigt die Verstärkung $G = I_\mathrm{s}/I_\mathrm{s}^\mathrm{i}$ des Signalstrahls als eine Funktion des Verhältnisses $r_\mathrm{s} = I_\mathrm{s}^\mathrm{i}/(I_\mathrm{p}^\mathrm{o\,i} + I_\mathrm{p}^\mathrm{e\,i})$ von einfallender Signal– zu einfallender Pumpintensität.

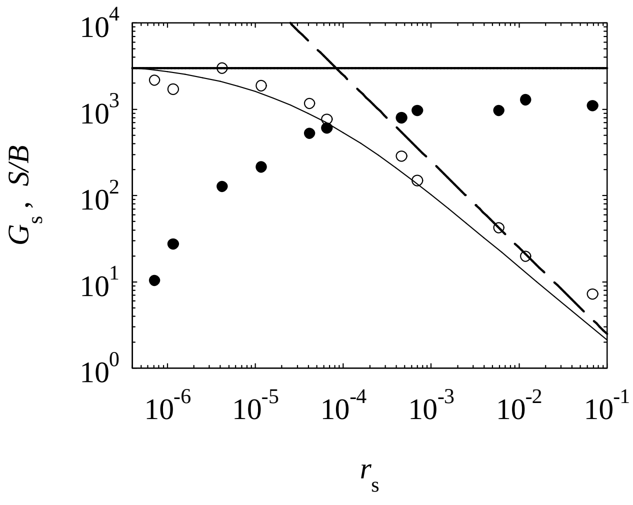


Abbildung 4.9: *Verstärkung G_s (○) und Signal–Hintergrund–Verhältnis $S/B = I_\mathrm{s}/I_\mathrm{Streu}$ (●) als Funktion des Verhältnisses $r_\mathrm{s} = I_\mathrm{s}^\mathrm{i}/(I_\mathrm{p}^\mathrm{o\,i} + I_\mathrm{p}^\mathrm{e\,i})$ von einfallender Signalstrahlintensität zu einfallender Pumpstrahlintensität. Die durchgezogene Gerade kennzeichnet die konstante Verstärkung $G_\mathrm{max} = 3000$ (undepleted pump approximation) und die gestrichelte Gerade ist eine theoretische Grenze $G_\mathrm{gr} = 1/(4r_\mathrm{s})$ aufgrund der Erschöpfung der Pumpwellen (Gleichung (4.9)). Die dünne Kurve repräsentiert eine numerische Lösung, die die Erschöpfung der außerordentlich polarisierten Pumpwelle berücksichtigt (Anhang A.1).*

Es bezeichnet I_s die Intensität des transmittierten und I_s^i die des einfallenden Signalstrahls. In diesem Experiment ist die Pumpintensität $I_\mathrm{p}^\mathrm{i} = I_\mathrm{p}^\mathrm{o\,i} + I_\mathrm{p}^\mathrm{e\,i}$ konstant, und es variiert I_s^i. Der Pumpwinkel beträgt $\theta_p = 24°$. Die maximale Verstärkung $G_s = 3000$ wird bei dem Verhältnis $r_s = 4 \cdot 10^{-6}$ erreicht. Voraussetzung für entsprechend hohe Verstärkungen ist eine ausreichend hohe Intensität der Pumpwellen. Die in Kapitel 2.4.3 vorgestellte Theorie und somit auch der Verstärkungsfaktor (4.3) basiert auf unerschöpflichen Pumpwellen. Ein zu großes Verhältnis $r_s = I_s^i / I_p^i$ kann Verstärkungen jedoch aufgrund einer Erschöpfung der Pumpwellen reduzieren. Sowohl die Signalwelle als auch der generierte Strahl werden durch die Abbeugung der außerordentlich polarisierten Pumpwelle verstärkt. Aus diesem Grund kann sowohl die Intensität der Signalwelle als auch die Intensität der generierten Welle maximal die halbe Pumpstrahlintensität erreichen. Bei gleich intensiven Pumpstrahlen ist die Verstärkung auf den theoretischen Grenzwert $G_{gr} = 1/(4 r_s)$ limitiert:

$$I_s = I_g = G \cdot I_s^i \leq I_p^{ei}/2 \Rightarrow G_{gr} = \frac{1}{4\, r_s} \quad . \tag{4.9}$$

Die gestrichelte Gerade in Abb. 4.9 repräsentiert diese Grenzverstärkung. Im Experiment beobachtet man für Intensitätsverhältnisse $r_s < 4 \cdot 10^{-6}$ jedoch keine mit wachsendem r_s fallende Verstärkung. Deshalb kann eine Begrenzung der Verstärkung aufgrund einer Pumpwellenerschöpfung in diesem Bereich ausgeschlossen werden, und die *undepleted pump approximation* ist gerechtfertigt. Die Abnahme der Verstärkung mit größeren Signalstrahlintensitäten $I_s^i \geq 10^{-5} I_p^i$ wird durch eine numerische Lösung gut beschrieben (Anhang A.1).

Die gemessene Verstärkung $G_s = 3000$ entspricht nach Gleichung (4.2) unter der Annahme exakter Phasenanpassung $\Delta \boldsymbol{K} = 0$ einem exponentiellen Verstärkungsfaktor $\Gamma = \gamma = 1590\,\mathrm{m}^{-1}$. Aus diesem Wert folgt nach Gleichung (4.3) für den Kristall eine effektive Ladungsträgerkonzentration $N_{\text{eff}} = 0.44 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$.

Zusätzlich ist in Abb. 4.9 das Signal- Hintergrund–Verhältnis $S/B = I_s / I_{\text{Streu}}$ eingetragen. Dabei bezeichnet I_{Streu} die maximale Streulichtintensität in Richtung des Signalstrahls. Bei geeignet gewählten Signal–Pump–Intensitätsverhältnissen ermöglicht der Prozeß (oe$\,\underline{\mathcal{A}}\,$oo) im erlaubten Bereich die Verstärkung von Signalstrahlen um 3 Größenordnungen bei einem gleichzeitigen Signal–Hintergrund–Verhältnis $S/B > 500$. Die fast konstante Verstärkung für $r_s < 2 \cdot 10^{-6}$ in Abb. 4.9 bedeutet eine linear mit r_s anwachsende transmittierte Signalstrahlintensität I_s. Dies erklärt die in Abb. 4.9 beobachtete lineare Zunahme des Signal–Hintergrund–Verhältnisses S/B. Die Verstärkung nimmt jedoch vom Wert $r_s = 10^{-4}$ aus linear mit $1/r_s = I_p^i / I_s^i$ ab, d.h. die transmittierte Signalstrahlintensität ist konstant. Dadurch nähert sich auch das Signal–Hintergrund–Verhältnis zwangsläufig einem konstanten Wert, $S/B \simeq 1000$ in diesem Beispiel.

Zur Demonstration der Bildverstärkung wird eine Linse der Brennweite 200 mm und eine Amplitudenmaske, die ein Gitter enthält, in den Strahlengang der Signalwelle eingebracht. Die Linse ist so plaziert, daß sich der Kristall ca. 1 cm hinter dem Brennpunkt befindet. Die Amplitudenmaske wird ca. 5 cm vor dem Kristall aufgestellt. Das Foto in Abb. 4.10(a) zeigt das Schirmbild der transmittierten Signalwelle. Die Struktur des Gitters ist zu erkennen. Durch die gewählte Anordnung entspricht ein Punkt auf dem Schirm einem Wellenvektor des Signallichts. Beleuchten die Pumpstrahlen den Kristall, erscheint zusätzlich der Streukreis auf dem Schirm. Auf dem Foto in Abb. 4.10(b) ist ein Segment des Streukreises zusammen mit dem Signalstrahl zu sehen. Das Bild wird dort verstärkt, wo es von dem Streukreis geschnitten wird. In den übrigen Gebieten verbleibt es so intensitätsschwach wie in Abb. 4.10(a). Es werden nur die Wellenvektoren des Signallichts verstärkt, die die Phasenanpassungsbedingung (4.1) lösen. Das Foto in

(a) (b) (c) (d)

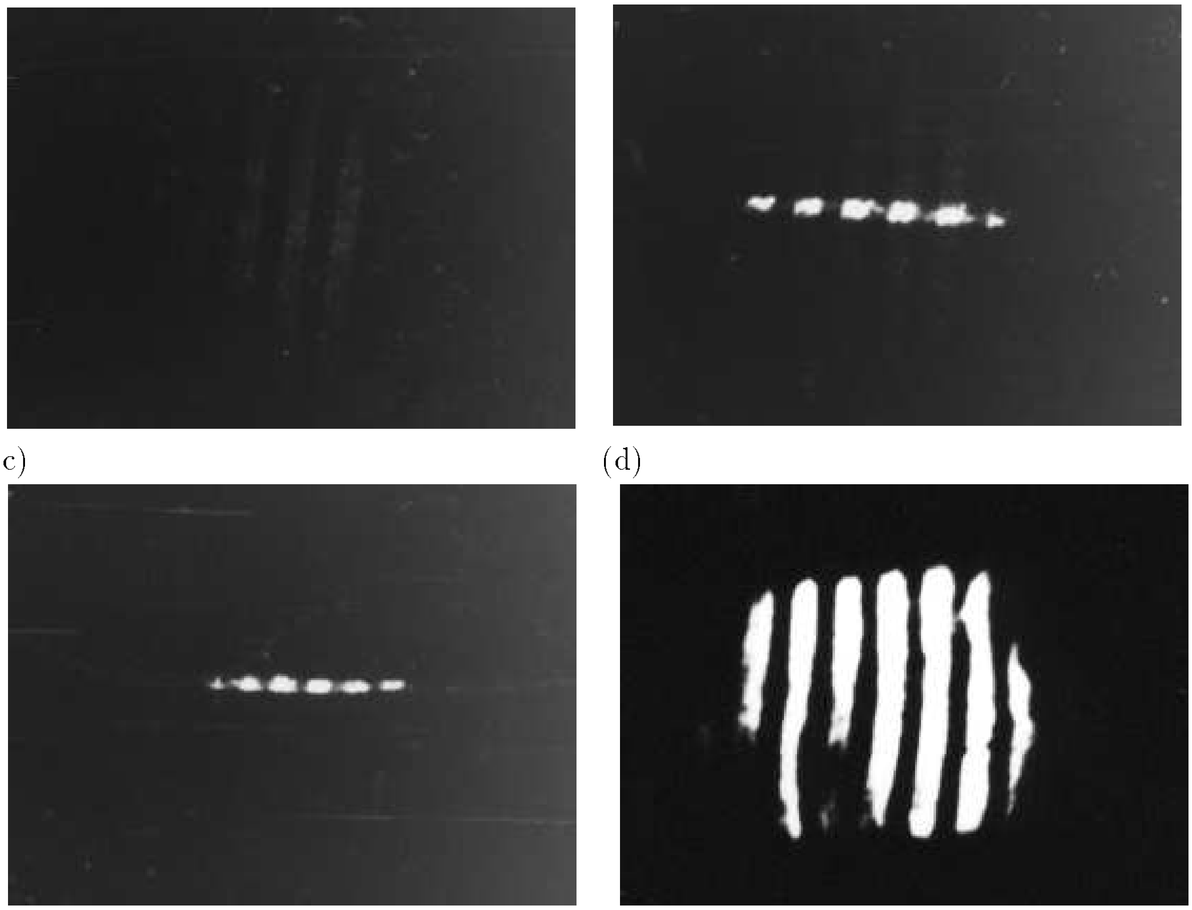


Abbildung 4.10: *Demonstration von Bildverstärkung durch Verwendung eines Amplitudengitters und einer Linse im Signalstrahl:*
(a) Schirmbild des Signalstrahls ohne eingeschaltete Pumpstrahlen.
(b) Schirmbild des Signalstrahls mit eingeschalteten Pumpstrahlen.
(c) Schirmbild des generierten Strahls mit eingeschalteten Pumpstrahlen.
(d) Verstärktes Gitter (siehe Text).

Abb. 4.10(c) zeigt das Schirmbild der korrespondierenden Region des Streurings in Richtung des generierten Strahls. Nur die verstärkten Strukturen des Bildes werden auf den generierten Strahl übertragen. Ihre Intensität ist im generierten Strahl ungefähr so groß wie im Signalstrahl, jedoch ist die Struktur in Abb. 4.10(c) geringfügig verkleinert und spiegelverkehrt zu Abb. 4.10(b). Dies bestätigt den phasenkonjugierten Charakter der generierten Lichtwelle.

Im nächsten Versuch wird das Gitter mit Hilfe zweier Linsen durch den Kristall hindurch abgebildet. Das Schirmbild entspricht also nicht der Abbildung der Gittervektoren sondern der verwendeten Amplitudenmaske. Das Foto in Abb. 4.10(d) zeigt eine Fotographie des Schirmbildes des transmittierten Signalstrahls. Nun wird die gesamte Struktur verstärkt. Die Beugungsordnungen des vertikalen Gitters liegen im Kristall auf einer Horizontalen, also ungefähr auf dem Streukreis. Sie erfüllen die Phasenanpassungsbedingung und werden deshalb alle im Kristall verstärkt. Horizontale Gitter lassen sich mit dem gezeigten Aufbau nicht verstärken, da die Beugungsordnungen in einer Vertikalen liegen und nur jeweils eine die Phasenanpassungsbedingung erfüllen kann.

Eine Begrenzung der Auflösung bei der Bildverstärkung tritt auch durch die Kristallgröße ein. Die kleinen Eintrittsflächen von ca. $4\,\mathrm{mm}^2 - 8\,\mathrm{mm}^2$ wirken bei zu kleinen Bildstrukturen wie ein Modenfilter.

Die maximale Verstärkung der Struktur in Abb. 4.10(b) beträgt $G_\mathrm{s} = 9000$. Sie entspricht nach Gleichung (4.2) unter der Annahme exakter Phasenanpassung $\Delta \boldsymbol{K} = 0$ einem exponentiellen Verstärkungsfaktor $\Gamma = \gamma = 1760\,\mathrm{m}^{-1}$. Daraus folgt nach Formel (4.3) die effektive Ladungsträgerkonzentration $N_\mathrm{eff} = 0.51 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$. Die Differenz zu den Werten $\Gamma = \gamma = 1590\,\mathrm{m}^{-1}$ und $N_\mathrm{eff} = 0.44 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$ des Strahlverstärkungsexperiments (Abb. 4.9) kann durch eine leichte Dejustage des Signalstrahls erklärt werden. Diese resultiert in einer Verletzung der Phasenanpassung $\Delta \boldsymbol{K}$ und verringert die Verstärkung nach Gleichung 4.2(c). Durch die Verwendung der Linse im Bildverstärkungsexperiment bietet man dem Verstärkungsprozeß ein ganzes Wellenvektorspektrum an. Darin sind unter anderem auch die exakt phasenangepaßten Wellenvektoren enthalten. Diese führen zu der gemessenen Verstärkung $G_\mathrm{s} = 9000$. Eine Dejustage im Signalstrahlverstärkungsexperiment von lediglich $\Delta\theta_\mathrm{s} = 0.037°$ erklärt bereits die Abnahme auf $G_\mathrm{s} = 3000$.

Das Foto in Abb. 4.10(b) deutet an, daß das räumliche Spektrum eines zu verstärkenden Bildes in vertikaler Richtung stark eingeschränkt ist. Entlang des Streukreises in horizontaler Richtung bestehen nur geringe Einschränkungen. Um die räumliche Bandbreite des Verstärkungsprozesses zu messen, wird eine Linse in den Strahlengang der Signalwelle gesetzt. Der Kristall befindet sich ungefähr im Brennpunkt. Eine CCD–Kamera nimmt die Intensität des transmittierten Signalstrahls ortsaufgelöst auf. Die Punkte in Abb. 4.11 repräsentieren die gemessene vertikale Intensitätsverteilung. Sie ist als Funktion der Winkelabweichung $\Delta\theta_\mathrm{s}^\mathrm{o}$ von einer exakter Phasenanpassung aufgetragen. Die offenen Kreise beziehen sich auf die gleiche Messung in horizontaler Richtung als Funktion des Azimuthwinkels Φ (vgl. Abb. 4.7(a)). Die Kurven entsprechen Anpassungen der Theorie (Gleichung (4.2)) und stimmen sehr gut mit den gemessenen Abhängigkeiten überein. Die vertikal gemessene Winkelbandbreite $\Delta\theta_\mathrm{s}^\mathrm{o} = 1.5$ mrad limitiert die Raumfrequenz eines zu verstärkenden Objekts in dieser Richtung auf 3 Linien/mm. Im Gegensatz dazu wird in horizontaler Richtung im aufgetragenen Winkelbereich keine Änderung der Verstärkung beobachtet. Erst bei einem größeren Azimuthwinkel $\Phi \geq 0.1\,\mathrm{rad} \mathrel{\hat{=}} 200$ Linien/mm macht sich eine Abnahme der Verstärkung bemerkbar. Durch die starke Einschränkung der Auflösung in vertikaler Richtung eignet sich der Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) insbesondere für eindimensionale Strukturen, wie z.B. das in Abb. 4.10(d) fotografierte Gitter.

Die räumliche Bandbreite $\Delta\theta_\mathrm{s}^\mathrm{o}$ ist abhängig von dem eingestellten Pumpwinkel θ_p. Ein Maß für die Winkelbandbreite ist die Dicke eines Streukreises. Sie zeigt an, mit welcher Winkeltoleranz Streulicht verstärkt wird. In Abb. 4.12 sind die gemessenen Streukreisdicken $\Delta\theta_\mathrm{s}^\mathrm{o}$ dargestellt. Nach der Theorie (4.2) verhindert bereits eine Verletzung der

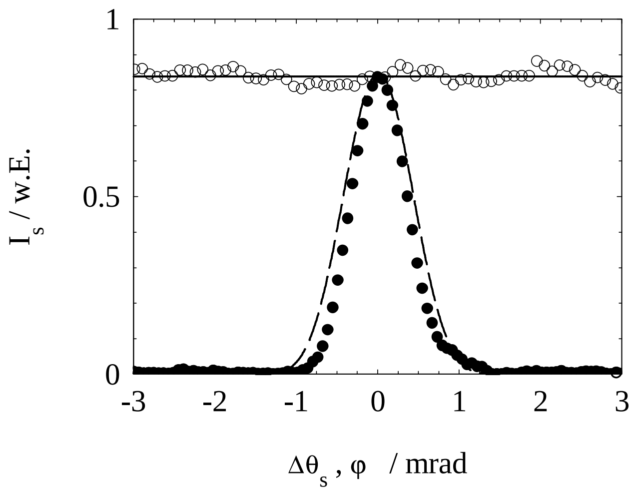


Abbildung 4.11: *Messung der räumlichen Bandbreite des Verstärkungsprozesses: Die Symbole entsprechen der in vertikaler (•) und horizontaler (∘) Richtung gemessenen Intensitätsverteilung im Signallicht. Die gestrichelte Kurve entspricht der berechneten Intensität als Funktion einer Winkelabweichung $\Delta\theta_s^o$ von der exakten Phasenanpassung. Die durchgezogene Kurve zeigt die theoretische Variation mit dem Azimuthwinkel Φ.*

Phasenanpassungsbedingung $\Delta K_x = 2\gamma$ die Verstärkung. Daraus leitet man die Winkeltoleranz

$$\Delta\theta_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}} = \frac{\lambda\gamma}{\pi \sin\theta_{\mathrm{s}}} \sqrt{\frac{n_{\mathrm{o}}^2 - \sin{\theta_{\mathrm{s}}}^2}{1 - \sin{\theta_{\mathrm{s}}}^2}} \tag{4.10}$$

ab. Dabei bezeichnet γ den exponentiellen Verstärkungsfaktor (4.7). Die durchgezogene Linie in Abb. 4.12 entspricht einer Anpassung dieser Winkeltoleranz (4.10) an die

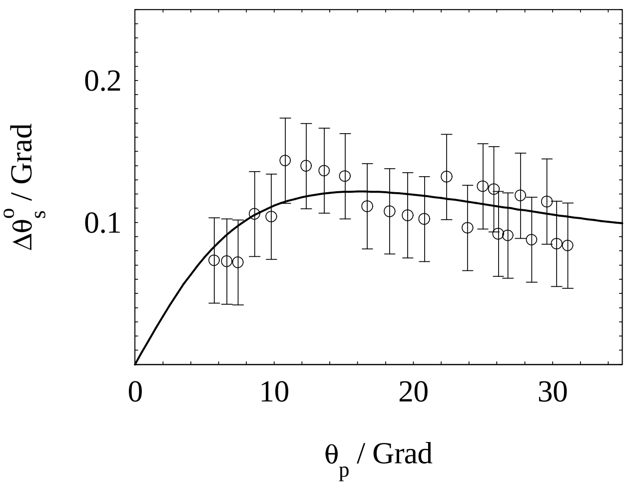
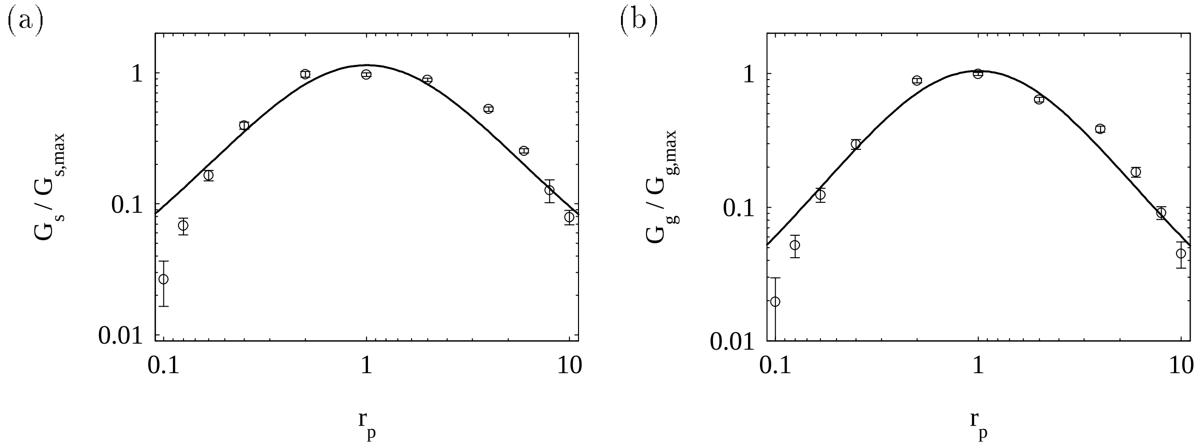


Abbildung 4.12: *Streukreisdicke $\Delta\theta_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}$ in Abhängigkeit von dem Pumpwinkel θ_{p} bei dem Prozeß* (oe $\overset{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ oo). *Die Punkte entsprechen den experimentell ermittelten Werten und die Kurve ist eine Anpassung der Gleichung (4.10).*

Meßwerte. Die gute Übereinstimmung bestätigt die Theorie. Man erkennt eine leichte Zunahme der Winkeltoleranz mit ansteigendem Pumpwinkel θ_{p}. Der bei den zuvor besprochenen Versuchen eingestellte Pumpwinkel $\theta_{\mathrm{p}} = 24°$ liegt bereits im Bereich der größten räumlichen Bandbreite. Es sind deshalb keine Verbesserungen der Auflösung durch Wahl eines anderen Pumpwinkels zu erwarten.

In den bisherigen Messungen wurden immer gleich starke Pumpstrahlen genutzt. Die in Abb. 4.13 präsentierten experimentellen Ergebnisse rechtfertigen diese Wahl. Es ist die normierte Verstärkung $G_{\mathrm{s}}/G_{\mathrm{s,max}}$ und die normierte Generationsrate $G_{\mathrm{g}}/G_{\mathrm{g,max}}$ als Funktion des Verhältnisses $r_{\mathrm{p}} = I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{ei}}/I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{oi}}$ von außerordentlicher zu ordentlicher Pumpintensität dargestellt. In völliger Übereinstimmung mit der Theorie werden Maximalwerte von G_s und G_g für $r_p \approx 1$ detektiert.



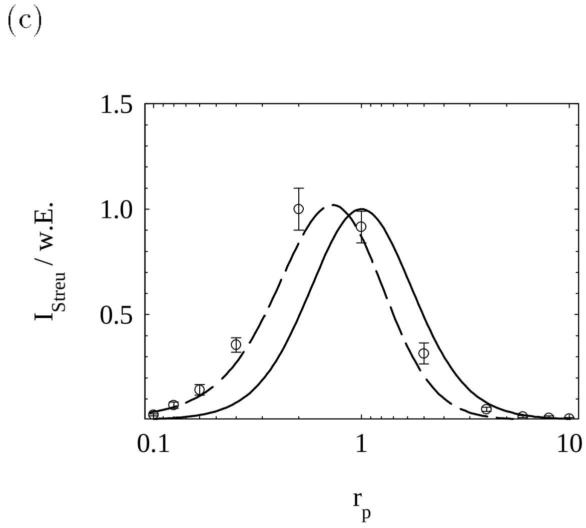


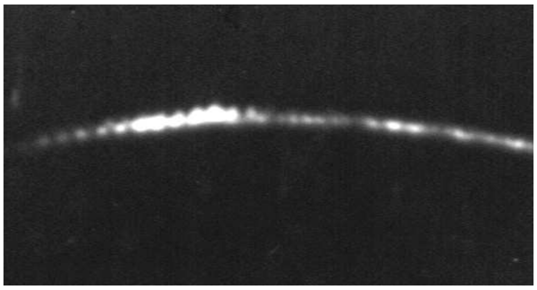
Abbildung 4.13: *Normierte Verstärkung G_s (a), Generationsrate G_g (b) und Streulichtintensität I_{Streu}(c) als Funktion des Verhältnisses von außerordentlicher zu ordentlicher Pumpstrahlintensität $r_p = I_p^{ei}/I_p^{oi}$. Die Punkte kennzeichnen die Meßwerte und die durchgezogenen Kurven stellen die theoretischen Verläufe nach den Gleichungen (4.6) und (4.7) dar: $\gamma \propto \sqrt{I_p^{ei} I_p^{oi}}/(I_p^{oi} + I_p^{ei})$. Die gestrichelte Linie in (c) berücksichtigt zusätzlich eine Proportionalität zwischen der Intensität des Streulichts ordentlicher Polarisation und der Intensität des ordentlichen Pumpstrahls: $I_{Streu}^{oi} \propto I_p^{oi}$.*

Nur die gemessenen Streulichtintensität I_{Streu} zeigt eine signifikante Abweichung zu einem geringeren Intensitätsverhältnis r_p (Abb. 4.13(c)). Die Verstärkung der ordentlich polarisierten Streuwellen ist also größer, wenn ein intensiverer ordentlicher Pumpstrahl gewählt wird. Nimmt man an, daß das ordentlich polarisierte Streulicht ausschließlich von dem ordentlichen Pumpstrahl stammt, $I_{Streu}^{oi} \propto I_p^{oi}$, kann man auch diese Beobachtung durch eine Anpassung der Formel (4.6) beschreiben.

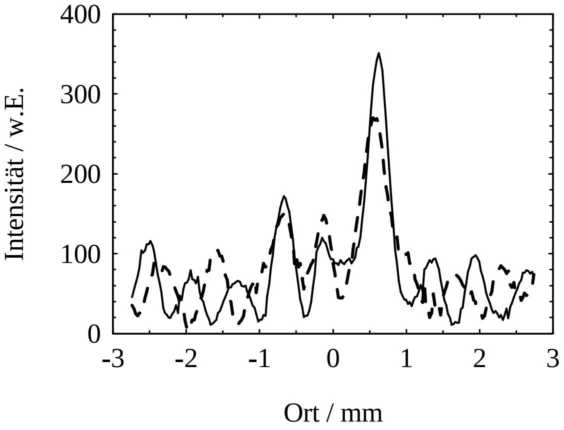
Schon in [91, 87] wurde eine starke „Speckle"–artige Struktur der untersuchten Streukreise erwähnt. Eine weitere Untersuchung fand jedoch nicht statt. Das Foto in Abb. 4.14(a) zeigt einen vergrößerten Ausschnitt der Streufigur in Abb. 4.7(b). Deutlich ist eine ungleichmäßige Lichtverteilung auf dem Streukreis zu erkennen. Die durchgezogene Linie in Abb. 4.14(b) zeigt eine ortsaufgelöste Messung der Streuintensität 73 cm hinter dem Kristall. Gebiete relativ niedriger Intensität, die Regionen (-3 w.E. $< x < -1$ w.E.) und (1 w.E. $< x <$ 3 w.E.) in Abb. 4.14, weisen eine Cosinus–ähnlich mit dem Ort modulierte Intensität auf. Anschließend wird ein elektrooptischer Modulator in den Strahlengang

Abbildung 4.14: *Messungen der „Speckle“–artigen Struktur der Streukreise:*
(a) Foto eines Segments des Streukreises.
(b) Ortsaufgelöste Intensität dieses Teilstücks (siehe Text).
(c) Intensität eines „Speckels“ über einer zusätzlichen Phasenverschiebung $\Delta\phi_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}}$ der außerordentlichen Pumpwelle.

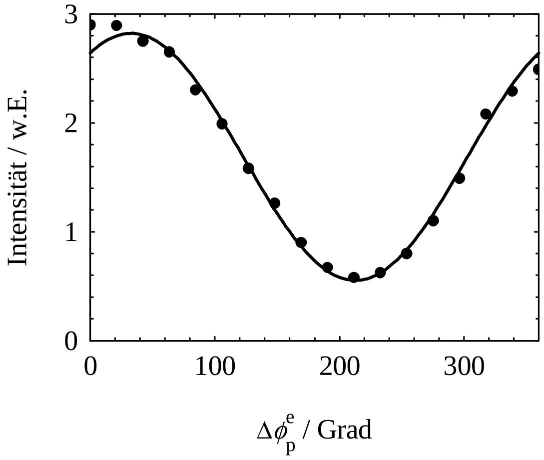
(a)



(b)



(c)



des außerordentlich polarisierten Pumpstrahls gesetzt. Damit kann man dessen Phase $\phi_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}}$ um einen beliebigen Betrag $\Delta\phi_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}}$ verschieben. Die gestrichelte Linie in Abb. 4.14(b) veranschaulicht das Ergebnis einer wiederholten Messung mit der zusätzlichen Phasenverschiebung $\Delta\phi_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}} = \pi$. In den Bereichen cosinusförmig modulierter Intensität ist das Lichtmuster nun ebenfalls um π phasenverschoben. Durch eine Blende kann man einen kleinen Bereich in diesem Bereich selektieren und die Intensität in Abhängigkeit der erzeugten Phasenverschiebung $\Delta\phi_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}}$ messen. Dabei wird die Phase des Pumpstrahls sehr langsam im Vergleich zur Antwortzeit des Kristalls variiert. Das Ergebnis ist in Abb. 4.14(c) dargestellt. Die durchgezogene Kurve entspricht einer Anpassung der Gleichung (4.6). Erwartungsgemäß wird die Phasenmodulation des außerordentlichen Pumpstrahls in eine Intensitätsmodulation des Streulichts auf dem Streukreis umgesetzt. Der Modulationsgrad $m_{\mathrm{s}} = \sqrt{I_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{oi}} I_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{oi}}}/(I_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{oi}} + I_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{oi}})$ enthält Information über das primäre, unverstärkte Streulicht, d.h. die Streuzentren. Abschließend sei erwähnt, daß Streulicht, welches durch Wechselwirkung mit einem Pumpstrahl verstärkt wird (*beam–fanning*), diesen Effekt nicht zeigt. Weder hängt die Intensität von der Phase der einfallenden Pumpwelle ab, noch zeigt sich eine derart ausgeprägte „Speckle“–artige Struktur.

Verbotener Bereich: Aufbau

Im verbotenen Bereich ermöglicht der Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) die größten Verstärkungen für den Pumpwinkel $\theta_{\mathrm{p}} = 0°$ und den Azimuthwinkel $\Phi = 90°$ (siehe Abb. 4.4 (a) und (b)). Dies ermöglicht eine wesentliche Vereinfachung des Aufbaus in Abb. 4.6. Die Notwendigkeit nur eines Pumpstrahls erlaubt die Realisierung des in Abb. 4.15 skizzierten Zweistrahlinterferenzaufbaus. Zwei Lichtstrahlen breiten sich immer in einer Ebene aus, die parallel zur Tischoberfläche gewählt werden kann. Anstatt des dreidimensionalen Strahlengangs bei Messungen im erlaubten Bereich erhält man hier einen zweidimensionalen Aufbau mit weitaus geringeren Justageanforderungen.

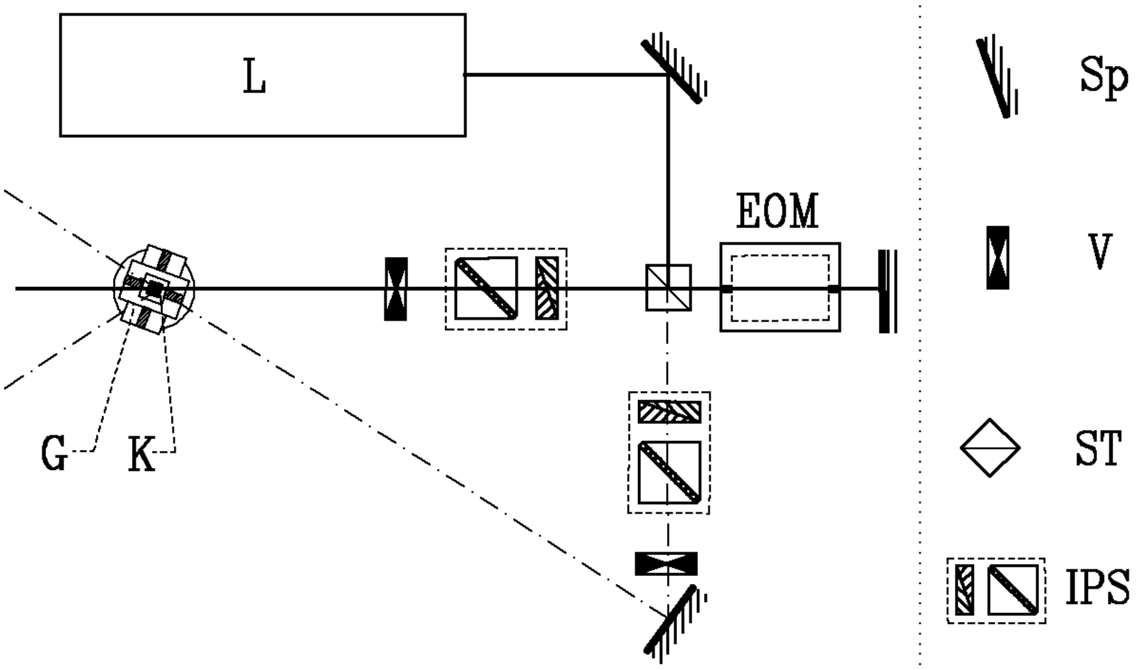


Abbildung 4.15: *Aufbauskizze und Strahlengang des Holographie–Meßplatzes in Aufsicht.* L: *Argon–Ionen–Laser,* Sp: *Umlenkspiegel,* ST: *Strahlteiler,* EOM: *elektrooptischer Modulator,* V: *elektromechanischer Verschluß,* IPS: *Intensitäts–/Polarisations–Steller,* G: *3–Achsen–Goniometerkopf,* K: *Kristallprobe. Die fett eingezeichnete Linie symbolisiert den Verlauf des Pumpstrahls und die strichpunktierte Linie den der Signal– und generierten Welle.*

Zur Erzeugung frequenzverstimmter Lichtwellen wird ein elektrooptischer Modulator in den Strahlengang eines der beiden Strahlen eingebracht. Durch eine Sägezahnspannung wird die Phase der durchtretenden Lichtwelle linear von $\Delta\phi = 0$ nach $\Delta\phi = 2\pi$ verschoben und anschließend auf $\Delta\phi = 0$ zurückgesetzt. Ist T die Periodendauer der angelegten Spannung, erhält man eine Frequenzdifferenz $\Omega = 2\pi/T$ zwischen beiden Strahlen. Die Zerstörschwelle von weniger als der doppelten Halbwellenspannung $V_{\lambda/2} = 6200\,\mathrm{V}$ macht einen Aufbau mit doppeltem Durchlauf des Lichtstrahls wie in Abb. 4.15 notwendig. Die Erzeugung der Frequenzverstimmung durch piezogeregelte Spiegel führt aufgrund der Sägezahnspannung zu Erschütterungen des Meßaufbaus beim Rücksetzen des Spiegels und so zu Störungen der holographischen Experimente.

Verbotener Bereich: Experimentelle Ergebnisse und Diskussion

Beleuchtet ein gemischt polarisierter Pumpstrahl den $BaTiO_3$–Kristall, beobachtet man auf einem Schirm hinter der Probe nur einen sehr lichtschwachen Streukreis. Einer Erschütterung des Aufbaus läßt die Intensität des Streukreises kurzfristig ansteigen. Fällt der Signalstrahl $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}$ so auf den Kristall, daß er sich entlang des Streukreises ausbreitet, steigt seine Intensität kurzfristig an, fällt aber bis zum stationären Zustand wieder fast auf den Ausgangswert ab (Abb. 4.16). Entsprechend der Theorie führt eine Frequenzverstimmung zwischen Signal– und Pumpstrahl allerdings auch zu einer stationären Verstärkung. In diesem Fall wird auch im verbotenen Bereich ein Strahl ungefähr gleicher Intensität generiert, der sich auf der gegenüberliegenden Seite des Streukegels ausbreitet.

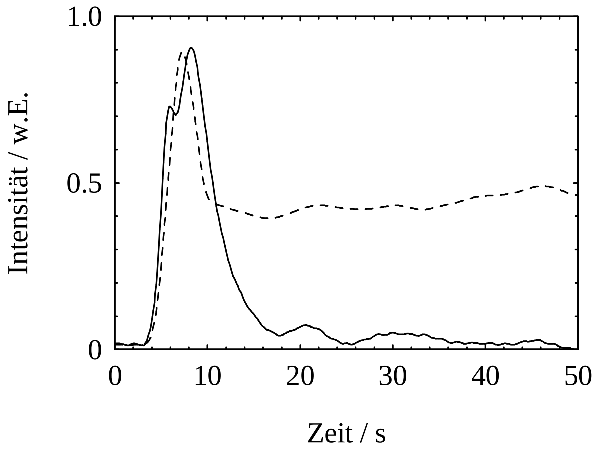


Abbildung 4.16: *Zeitliche Entwicklung der Signalstrahlintensität I_{s} für eine Frequenzverstimmung $\Omega = 0.3\,\mathrm{Hz}$ (gestrichelte Kurve) zwischen Pump- und Signalstrahl, sowie für frequenzentartete Wechselwirkung ($\Omega = 0\,\mathrm{Hz}$, durchgezogene Kurve).*

Zur Bestimmung der Frequenz der generierten Lichtwelle wird sie sowohl mit der Pumpwelle als auch mit dem Signalstrahl überlagert und die Intensität der resultierenden Interferenzmuster gemessen. Die Intensität des Musters aus generiertem und Signalstrahl variiert mit der doppelten Frequenz 2Ω wie das Interferenzmuster das mit dem Pumpstrahl gebildet wird. Daraus folgt, daß der generierte Lichtstrahl immer entgegengesetzt zum Signalstrahl frequenzverschoben ist: $\omega_{\mathrm{s}} = \omega_{\mathrm{p}} + \Omega \Rightarrow \omega_{\mathrm{g}} = \omega_{\mathrm{p}} - \Omega$.

Abbildung 4.17(a) zeigt ein Frequenzspektrum der Verstärkung $G_{\mathrm{s}} = I_{\mathrm{s}}/I_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}}$ als Funktion der Frequenzverstimmung Ω. Bei der gewählten Pumpintensität $I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}} = 2.3\,\mathrm{W\,cm^{-2}}$ beträgt die maximale Verstärkung $G_{\mathrm{s}} = 70$ bei $\Omega_{\max} = 0.2\,\mathrm{Hz}$. In den Meßergebnissen erkennt man allerdings eine leichte Asymmetrie. Positive Frequenzverstimmungen führen zu kleineren Verstärkungen als negative. Diese Beobachtung deutet auf eine vorhandene Phasenfehlanpassung $\Delta\boldsymbol{K}$ hin (vgl. Abb. 4.5(b)). Die durchgezogene Kurve entspricht einer Anpassung des Verstärkungsfaktors (4.8) und der Gleichung (4.2). Durch diese Anpassung ermittelt man die effektive Störstellendichte $N_{\mathrm{eff}} = 0.55 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^{-3}}$, die dielektrische Relaxationszeit $\tau_{\mathrm{di}} = 19.8\,\mathrm{s}$ und eine Phasenfehlanpassung $\Delta K_x = 500\,\mathrm{m^{-1}}$. Die hervorragende Übereinstimmung mit den Meßergebnissen bestätigt die Theorie.

Nach den Berechnungen des Kapitels 4.1.2 sollte diese Asymmetrie in der Generationsrate nicht zu beobachten sein (vgl. Abb. 4.5(b) mit 4.5(c)). Zur Überprüfung wird ein Kristall absichtlich so dejustiert, daß eine große Asymmetrie im Frequenzspektrum der Verstärkung G_{s} auftritt. Abbildung 4.17 (b) zeigt neben der Verstärkung $G_{\mathrm{s}} = I_{\mathrm{s}}/I_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}}$ auch

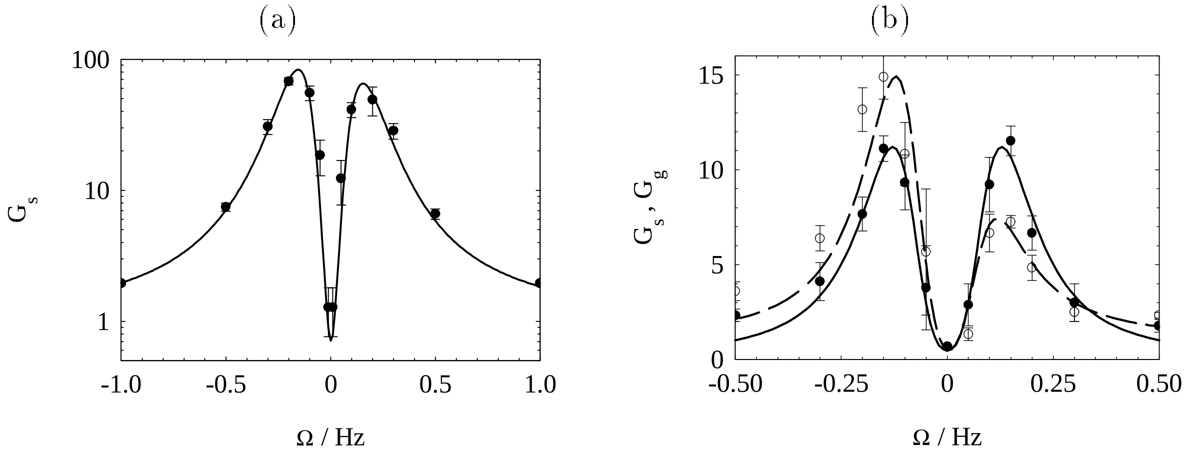


Abbildung 4.17: *(a) Verstärkung $G_{\mathrm{s}} = I_{\mathrm{s}}/I_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}}$ als Funktion der Frequenzverstimmung Ω zwischen Pump– und Signalstrahl bei einem geringfügig dejustierten Kristall (BT–Gr 79.1) und (b) Verstärkung $G_{\mathrm{s}} = I_{\mathrm{s}}/I_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}}$ ($\circ$) sowie Generationsrate $G_{\mathrm{g}} = I_{\mathrm{g}}/I_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}}$ ($\bullet$) bei größerer Phasenfehlanpassung (BT–Gr 78.1).*

die gleichzeitig ermittelte Generationsrate $G_{\mathrm{g}} = I_{\mathrm{g}}/I_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}}$. Die Verstärkung hängt deutlich von dem Vorzeichen der Frequenzverstimmung ab. Bei der Generationsrate beobachtet hingegen ein symmetrisches Frequenzspektrum. Die durchgezogenen Kurven entsprechen Anpassungen des Verstärkungsfaktors (4.8) und der Gleichung (4.2). Die Anpassungsparameter sind die effektive Störstellendichte $N_{\mathrm{eff}} = 0.33 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^{-3}$, die dielektrische Relaxationszeit $\tau_{\mathrm{di}} = 37.9\,\mathrm{s}$ und die Phasenfehlanpassung $\Delta K_x = 900\,\mathrm{m}^{-1}$. Wiederum besteht eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Man beachte, daß bei dieser Messung der Kristall BT–Gr 78.1 verwendet worden ist.

Die für eine maximale Verstärkung notwendige Frequenzverstimmung Ω_{max} nimmt mit der Pumpintensität zu (Abb. 4.18). Eine auf kleine Intensitäten beschränkte Meßreihe ($I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}} < 1\mathrm{W/cm}^{-2}$) zeigt einen linearen Anstieg der optimalen Frequenzverstimmung. Bei höheren Intensitäten wird jedoch eine sublineare Abhängigkeit gemessen.

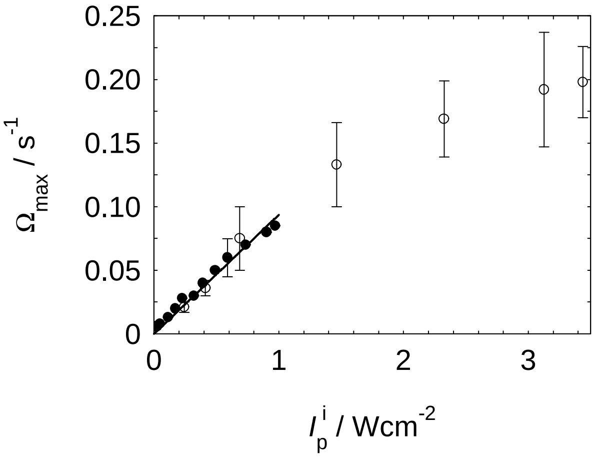


Abbildung 4.18: *Für eine maximale Verstärkung erforderliche Frequenzverstimmung Ω_{max} über der Pumpintensität $I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}}$; die Kreise entsprechen den Meßwerten und die Gerade verdeutlicht eine lineare Abhängigkeit.*

Eine qualitativ gute Übereinstimmung zwischen den theoretischen Vorhersagen und den experimentellen Resultaten zeigt auch Abb. 4.19, in der die Abhängigkeit der Verstärkung von dem Verhältnis $r_{\mathrm{p}} = I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e\,i}}/I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o\,i}}$ von außerordentlicher zu ordentlicher Pumpintensität dargestellt ist. Die Wahl des Verhältnisses r_{p}, das hier sehr leicht durch die Polarisation des Pumpstrahls eingestellt werden kann, übt einen starken Einfluß auf die Verstärkung aus. Das Maximum der Verstärkung liegt bei ungefähr gleichen Anteilen beider Polarisationen im Pumplicht, ist jedoch signifikant zu einem geringeren Wert $r_{\mathrm{p}} \approx 0.8$ verschoben. Ein höherer ordentlich polarisierter Anteil im Pumplicht ist also vorteilhaft. Auch im Rahmen der Meßfehler kann diese Verschiebung nicht durch den theoretischen Verlauf (4.8), $\gamma \propto \sqrt{I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e\,i}} I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o\,i}}}/(I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o\,i}} + I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e\,i}})$, beschrieben werden. In Versuchen zur spiegellosen Oszillation in $\mathrm{BaTiO_3}$ wurde eine ähnliche Verschiebung der optimalen Signalausbeute beobachtet, allerdings zu höheren Werten des Verhältnisses r_{p} [96]. Sie konnte erfolgreich durch die Berücksichtigung der unterschiedlichen Absorptionskoeffizienten für außerordentliches und ordentliches Licht beschrieben werden [96]. Die anisotrope Absorption würde auch hier ein größeres Verhältnis $r_{\mathrm{p}} > 1$ erwarten lassen und kann deshalb den Verlauf in Abb. 4.19 nicht erklären. Allerdings stimmen Experiment und Theorie auch quantitativ gut überein, wenn man bedenkt, daß Vier–Wellen–Mischung in Reflexionsgeometrie weitaus asymmetrischere Intensitätsverhältnisse $r = I_1/I_2 > 30$ erfordert [97].

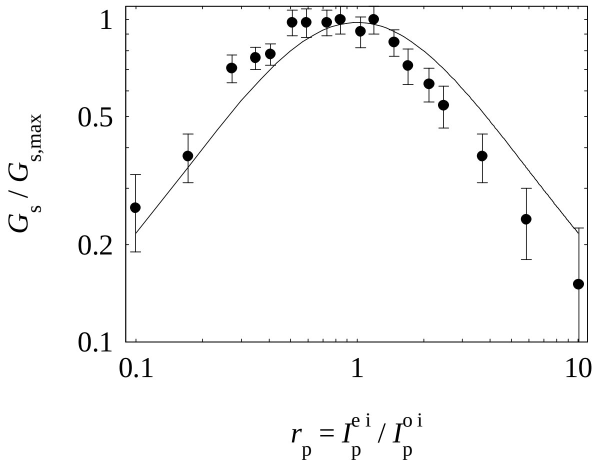


Abbildung 4.19: *Normierte Verstärkung $G_{\mathrm{s}}/G_{\mathrm{s,max}}$ als Funktion des Verhältnisses von außerordentlicher zu ordentlicher Pumpstrahlintensität $r_{\mathrm{p}} = I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e\,i}}/I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o\,i}}$. Die Punkte bezeichnen die Meßwerte und die Kurve stellt den theoretischen Verlauf $\gamma \propto \sqrt{I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e\,i}} I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o\,i}}}/(I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o\,i}} + I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e\,i}})$ dar.*

Abbildung 4.20 zeigt die Verstärkung $G_{\mathrm{s}} = I_{\mathrm{s}}/I_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}}$ als eine Funktion der einfallenden Signalstrahlleistung $P_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}}$ für zwei Pumpstrahlleistungen P_{p}. Bei der Messung wird die Frequenzverstimmung Ω für jeden Meßpunkt optimiert. Dies resultiert in einer nahezu konstanten Verstärkung $G_{\mathrm{s}} = 80 - 100$ bis zu Signalstrahlintensitäten zwei Größenordnungen unter den Pumpintensitäten. Die Geraden entsprechen den theoretischen Grenzen (4.9) $G_{\mathrm{gr}} = 1/(4r_{\mathrm{s}})$ aufgrund der Pumpwellenerschöpfung, die für Signalstrahlintensitäten $I_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}} \geq 10^{-3} I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}}$ die Verstärkung limitiert. Sind die Pumpstrahlen ausreichend stark, ist die Verstärkung unabhängig von der gewählten Pumpstrahlleistung. Diese beeinflußt zwar die dielektrische Relaxationszeit τ_{di}, aber eine Optimierung der Frequenzverstimmung erhält den Betrag des Realteils des Raumladungsfeldes (2.6) und damit auch den exponentiellen Verstärkungsfaktor. Die gestrichelte Kurve repräsentiert eine numerische Lösung unter Berücksichtigung der Pumpwellenerschöpfung (siehe Anhang A.1).

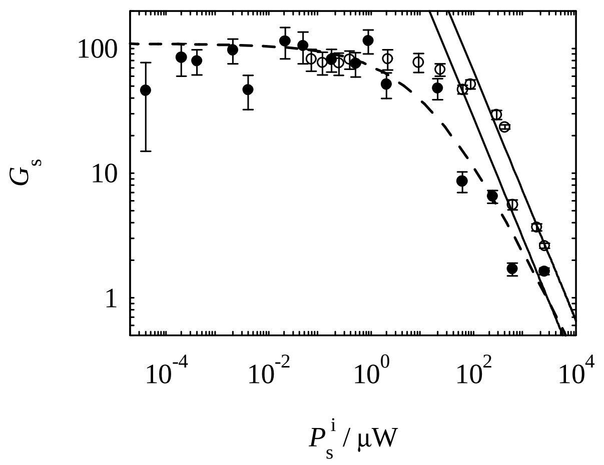


Abbildung 4.20: *Verstärkung $G_s = I_s/I_s^i$ als Funktion der einfallenden Signalstrahlleistung P_s^i für zwei Pumpstrahlleistungen $P_p = 11\,\mathrm{mW}$ (•) und $P_p = 26\,\mathrm{mW}$ (∘). Die beiden Geraden entsprechen den jeweiligen Grenzen $G_{gr} = I_s^i/(4I_p^i)$ aufgrund der Pumpwellenerschöpfung (Gleichung (4.9)). Die gestrichelte Kurve repräsentiert eine numerische Lösung ($P_p = 11\,\mathrm{mW}$), die die Erschöpfung der außerordentlich polarisierten Pumpwelle berücksichtigt (siehe Anhang A.1).*

Sogar Signalstrahlen mit Leistungen $P_s^i \leq 1\,\mathrm{nW}$ können um ca. 2 Größenordnungen verstärkt werden. Grundlage für diese Verstärkung extrem schwacher Lichtwellen ist das sehr gute Signal–Hintergrund–Verhältnis (siehe Abb. 4.21). Hauptursache für Störungen bei der photorefraktiven Wellen–Mischung ist die Verstärkung von frequenzentartetem Streulicht [98]. Der *verbotene* Bereich trägt seinen Namen jedoch gerade, weil dieses Streulicht nicht verstärkt wird. So ist die Verstärkung $G_s(P_s^i = 0.9\,\mu\mathrm{W}) > 115$ bei einem gleichzeitigen Signal–Hintergrund–Verhältnis $S/B > 17000$ möglich. Die Wahl größerer Signalstrahlintensitäten läßt sogar Werte $S/B > 10^5$ zu. Im Vergleich dazu ermöglicht die in Abb. 4.13 gezeigte Messung im *erlaubten* Bereich keine Verstärkung um zwei Größenordnungen mit $S/B > 1000$.

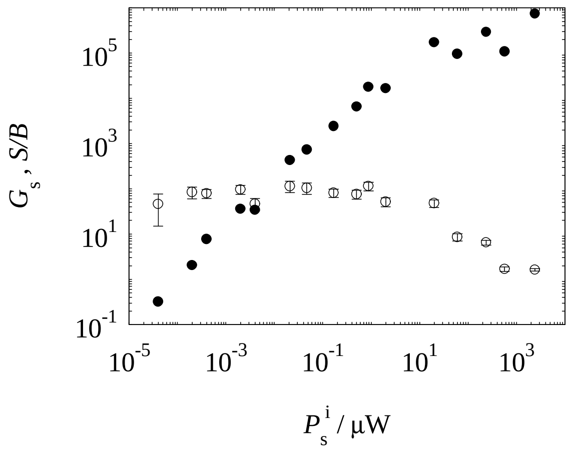


Abbildung 4.21: *Verstärkung $G_s = I_s/I_s^i$ (∘) und Signal–Hintergrund–Verhältnis S/B (•) als Funktion der einfallenden Signalstrahlleistung P_s^i ($P_p = 11\,\mathrm{mW}$).*

4.2 Der $\mathcal{A}$–Prozeß: oe $\rightharpoonup$ ee

4.2.1 Modell

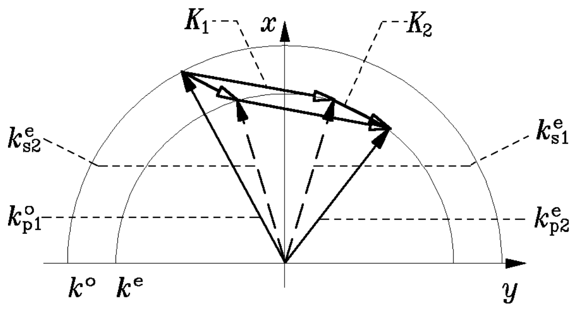
Das Phasenraumdiagramm für den Prozeß (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ ee) ist in den Abb.4.22(a) und (b) dargestellt. Die zugehörige Streufigur wurde 1991 in $BaTiO_3$ entdeckt [99]. Dabei war die $\boldsymbol{c}$–Achse senkrecht zur Einfallsebene der Pumpstrahlen in Abb. 4.22(a) orientiert, d.h. parallel zur $\boldsymbol{z}$–Achse in Abb. 4.22(b). Aus der Phasenanpassungsbedingung folgt, daß der Streukreis nur für Pumpwinkel θ_{p} existiert, die einen minimalen Winkel

$$\theta_{\mathrm{p,min}} = \arcsin \frac{\sqrt{10 n_{\mathrm{o}}^2 n_{\mathrm{e}}^2 - 9 n_{\mathrm{e}}^4 - n_{\mathrm{o}}^4}}{4 n_{\mathrm{e}}} \tag{4.11}$$

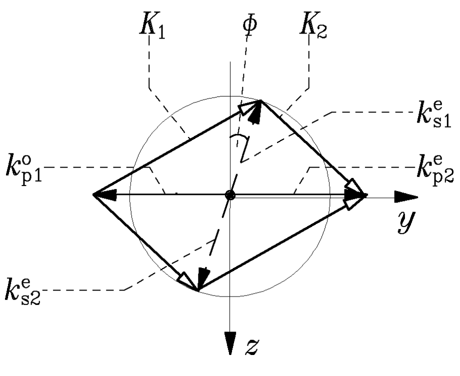
übertreffen. Der Prozeß erzeugt auf einem Schirm hinter dem Kristall einen außerordentlich polarisierten Streukreis. Dieser ist wie auf dem Foto in Abb. 4.22(c) immer zwischen den Pumpstrahlen zu sehen, da der Öffnungswinkel des Streukegels immer kleiner als der Pumpwinkel ist. Aus diesem Grund wird er auch als *innerer* Streukreis bezeichnet. Die Pumpwellen werden in Abb. 4.22(c) wieder durch den ordentlich polarisierten *äußeren* Streukreis eingeschlossen, der Gegenstand der Untersuchungen im vorigen Abschnitt war. Der *äußere* Streukreis tritt immer als Begleiterscheinung des *inneren* Streukreises auf, während der *innere* in Abb. 4.1(c) nicht erscheint, weil dort ein Pumpwinkel $\theta_{\mathrm{p}} < \theta_{\mathrm{p,min}}$

Abbildung 4.22:
(a) Phasenanpassungsbedingung des Prozesses (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ ee) *in der Einfallsebene der Pumpstrahlen. (b) Projektion des Wellenvektordiagramms auf eine Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. (c) Foto des Streubildes. Der innere Kreis wird durch den Prozeß* (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ ee) *hervorgerufen (siehe Text) und der äußere Kreis durch den Prozeß* (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ oo) *(vgl. Abb. 4.1).*

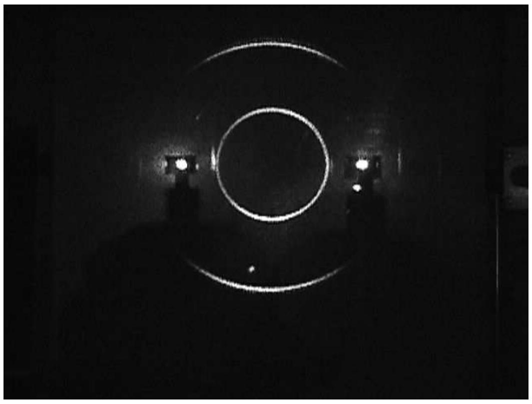
(a)



(b)



(c)



gewählt wurde. Ist die $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls parallel zur $\boldsymbol{y}$–Achse des Koordinatensystems dieser Arbeit orientiert, beobachtet man keinen Streukreis.

Im folgenden wird der Prozeß anhand der Phasenraumdiagramme in Abb. 4.22 beschrieben. Die außerordentlich polarisierte Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}}$ schreibt mit der gleich polarisierten Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ isotrop das Gitter $\boldsymbol{K}_2 = \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}}$ ein. Ist die Phasenanpassungsbedingung

$$\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}} + \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}} = \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} + \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}} \tag{4.12}$$

erfüllt, wird die ordentlich polarisierte Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ an diesem Gitter anisotrop abgebeugt und bildet die Welle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}}$. Diese erzeugt nun mit der Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ das Gitter $\boldsymbol{K}_1 = \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}}$. Für dieses Gitter erfüllt die ordentlich polarisierte Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ automatisch die Bragg–Bedingung und wird anisotrop in die Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}}$ abgebeugt.

In Bezug auf die Phasen der beteiligten Wellen können die Ergebnisse aus dem vorherigen Abschnitt 4.1 übernommen werden. Ist die $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls parallel zur $\boldsymbol{z}$–Achse in Abb. 4.22(b) orientiert, wird die ordentlich polarisierte Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ zweimal relativ zur $\boldsymbol{a}$– bzw. $\boldsymbol{b}$–Achse in die gleiche Richtung nach rechts abgebeugt. Alle Phasenverschiebungen kompensieren sich, und durch konstruktive Interferenz entsteht Streuwellenverstärkung. Es existiert für den Prozeß (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{-}$ ee) in dieser Konfiguration kein *verbotener* Bereich.

Liegt die $\boldsymbol{c}$–Achse parallel zur $\boldsymbol{y}$–Achse in Abb. 4.22(b), wird die Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ relativ zur $\boldsymbol{a}$– bzw. $\boldsymbol{b}$–Achse in unterschiedliche Richtungen abgebeugt, einmal nach oben und einmal nach unten. Die Phasenverschiebung durch die Diffusion addiert sich zu $2\Delta\phi = \pi$. Destruktive Interferenz verhindert Streulichtverstärkung. Der ganze Streukreis liegt im *verbotenen* Bereich. Allerdings sind auch in diesem Fall durch Phasenverschiebungen $\Delta\phi \neq \pi/2$ aufgrund äußerer elektrischer Felder oder frequenzverstimmter Signalstrahlen Verstärkungen möglich.

4.2.2 Theorie

In den bisherigen Veröffentlichungen zur Theorie dieses Verstärkungsprozesses wurden Einflüsse des inversen piezoelektrischen und elastooptischen Effekts und die Raumladungsbegrenzung vernachlässigt [99, 100, 89].

Für die Amplituden eines von außen auf den Kristall fallenden Signalstrahls A_{s1} und des generierten Strahls A_{s2} können die Lösungen (4.2) aus Kapitel 4.1.2 übernommen werden. Ein phasenangepaßter Signalstrahl und der generierte phasenkonjugierte Strahl werden im Kristall exponentiell verstärkt. Die Phasenanpassungsbedingung (4.12) legt die Polarisationsvektoren und Kopplungskonstanten fest. Aus Gleichung (2.31) ergibt sich der exponentielle Verstärkungsfaktor ($\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} \perp \boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}}$, $\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} \perp \boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}}$)

$$\gamma = 2\frac{\sqrt{I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} I^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}}}{I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} + I^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}} \sqrt{\kappa_1^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s1}} \kappa_2^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s2}\,*} (\boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}} \cdot \boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}})(\boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}} \cdot \boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}})} \tag{4.13}$$

mit den Kopplungskonstanten

$$\kappa_{1,2}^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s1,s2}} = -i\, R\, \bar{\sigma}\, \frac{\pi}{2 n_{\mathrm{e}} \lambda \cos\theta^{\mathrm{in}}_{\mathrm{s1,s2}}} \left[\boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1,s2}} \cdot \delta\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^{0}_{1,2} \cdot \boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} \right] \quad . \tag{4.14}$$

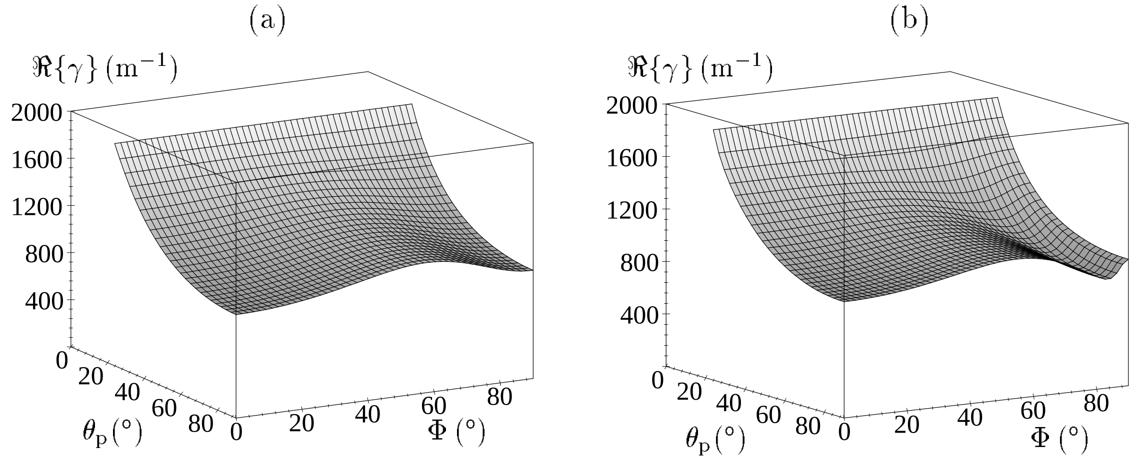


Abbildung 4.23: *Verstärkungsfaktoren $\Re\{\gamma\}$ des Prozesses (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ ee) als Funktion des Pumpwinkels $\theta_{\rm p}$ und des Azimuthwinkels Φ (a) ohne und (b) mit Berücksichtigung des piezoelektrischen Effekts ($N_{\rm eff} = 0.5 \cdot 10^{23}\,{\rm m}^{-3}$, $\Omega = 0\,{\rm Hz}$, $I^{\rm o}_{\rm p1} = I^{\rm e}_{\rm p2}$, $R\bar{\sigma} = -1$).*

Der Realteil des exponentiellen Verstärkungsfaktors (4.13) ist in Abb. 4.23 als Funktion des Pumpwinkels $\theta_{\rm p}$ und des Azimuthwinkels Φ (siehe Abb. 4.22(b)) aufgetragen. Die Einflüsse des inversen piezoelektrischen und elastooptischen Effekts sind vernachlässigbar. Die Verstärkung ist auf dem Kreis nahezu homogen. Nur für große Pumpwinkel $\theta_{\rm p} > 40°$ kommt es zu einem schwach ausgebildeten Maximum im Bereich $\Phi = 50° - 80°$. Allerdings hängt die Lage des Maximums von der Größe der Raumladungsbegrenzung ab. Abbildung 4.24(a) verdeutlicht, daß es bei höheren Werten der effektiven Raumladungsträgerdichte auch zu einem Maximum der Verstärkung bei $\Phi = 0°$, d.h. senkrecht zur Einfallsebene, kommen kann.

Die Abnahme des Verstärkungsfaktors mit größer werdendem Pumpwinkel in Abb. 4.23 widerspricht den Inhalten früherer Veröffentlichungen [88]. In diesen wurde jedoch die

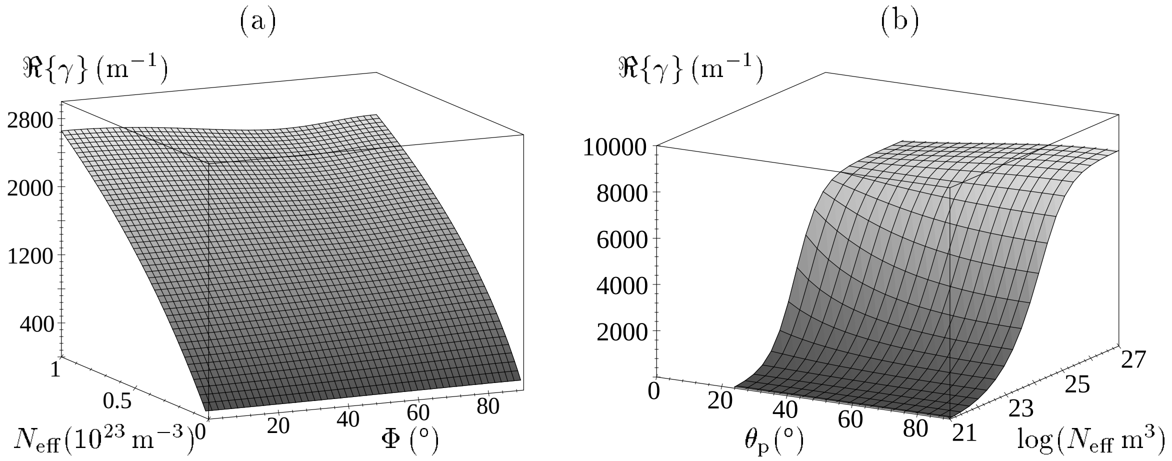


Abbildung 4.24: *Verstärkungsfaktoren $\Re\{\gamma\}$ des Prozesses (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ ee) als Funktion der effektiven Raumladungsträgerdichte $N_{\rm eff}$ und (a) des Azimuthwinkels Φ bei $\theta_{\rm p} = 30°$ bzw. (b) des Pumpwinkels $\theta_{\rm p}$ bei $\Phi = 0°$ ($I^{\rm o}_{\rm p1} = I^{\rm e}_{\rm p2}$, $R\bar{\sigma} = -1$).*

Raumladungsträgerbegrenzung nicht berücksichtigt. Abbildung 4.24(b) verdeutlicht diesen Sachverhalt. Sehr hohe effektive Ladungsträgerkonzentrationen $N_{\mathrm{eff}} > 10^{26}\,\mathrm{m}^{-3}$ führen zu einer Zunahme des exponentiellen Verstärkungsfaktors mit dem Pumpwinkel. Allerdings führt selbst sehr starke Dotierung von $BaTiO_3$ nur zu weitaus niedrigeren Konzentrationen im Kristall [13, 101].

4.2.3 Experimente und Diskussion

Aufbau

Der Aufbau für die Messungen zur parametrischen Verstärkung auf dem inneren Streukreis entspricht dem für die Messungen auf dem äußeren Streukreis im erlaubten Bereich. Dieser ist in Abb. 4.6 skizziert ist.

Im Gegensatz zum Prozeß ($\mathrm{oe} \xrightarrow{\mathcal{A}} \mathrm{oo}$) weist der exponentielle Verstärkungsfaktor nur eine geringe Abhängigkeit vom Azimuthwinkel Φ auf (vgl. Abb. 4.23 mit 4.2 und 4.24(a) mit 4.3(a)). Für übliche effektive Ladungsträgerkonzentrationen nimmt er mit dem Pumpwinkel ab (siehe Abb. 4.24(b)). Bei den Experimenten wird deshalb im Allgemeinen $\theta_{\mathrm{p}} = 24°$ und $\Phi = 90°$ eingestellt. Durch diesen Azimuthwinkel breitet sich der Signalstrahl in der Ebene aus, die durch die Pumpstrahlen aufgespannt wird (siehe Abb. 4.25(a)). Man erhält einen zweidimensionalen Strahlengang mit viel geringeren Justageanforderungen als bei Messungen im erlaubten Bereich des Prozesses ($\mathrm{oe} \xrightarrow{\mathcal{A}} \mathrm{oo}$).

Ergebnisse und Diskussion

Beleuchten die beiden Pumpstrahlen $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o}}$ und $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}}$ den Kristall wie in der Skizze der Abb. 4.25 (a) angedeutet, beobachtet man auf dem Schirm hinter dem Kristall den außerordentlich polarisierten Streukreis, dessen Foto in Abb. 4.25(b) gezeigt ist. Dazu ist es allerdings notwendig, daß der Pumpwinkel den minimalen Grenzwinkel (4.11) übertrifft: $\theta_{\mathrm{p}} \geq 23.5°$. Wenn zusätzlich der Signalstrahl $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{e}}$ so auf den Kristall fällt, daß er sich entlang des Streukegels ausbreitet, wird er verstärkt. Entsprechend der Theorie entsteht in diesem Fall im Kristall ein vierter Strahl $\boldsymbol{k}_{\mathrm{g}}^{\mathrm{e}}$, der sich auf der gegenüberliegenden Seite des Streukegels ausbreitet. Das Foto des Streukreises und zweier Lichtflecken, die durch den Signalstrahl und den phasenkonjugierten Strahl erzeugt werden, ist in Abb. 4.25(c) zu sehen.

Da das verstärkte Streulicht die Richtung exakter Phasenanpassung anzeigt, wird der Öffnungswinkel des Streukegels in diesem Kapitel auch mit θ_{PM} bezeichnet und θ_{s} benennt den Einfallswinkel des Signalstrahls (Abb. 4.25).

Nach Gleichung (4.2) sollte dieser Strahl phasenkonjugiert zum einfallenden Signalstrahl sein. Diese Eigenschaft wird wieder durch die Verwendung einer Linse im Strahlengang der Signalwelle überprüft. Je nach Lage des Brennpunktes vor oder hinter dem Kristall erzeugt man in diesem einen divergenten oder konvergenten Signalstrahl. Auch bei diesem Prozeß ist die generierte Welle immer entgegengesetzt zum Signalstrahl konvergent oder divergent.

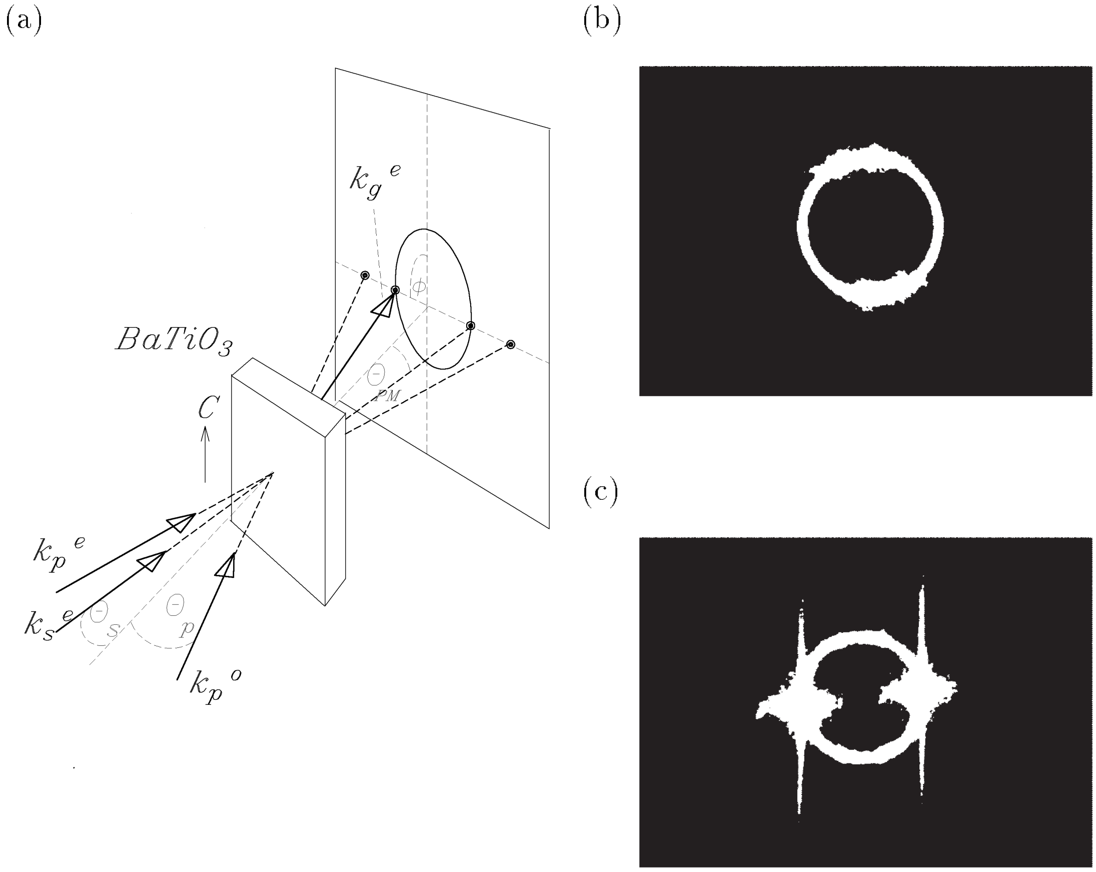


Abbildung 4.25: *(a) Schematischer Strahlenverlauf: Eine ordentlich und eine außerordentlich polarisierte Pumpwelle* $\boldsymbol{k}_\mathrm{p}^\mathrm{o}$ *und* $\boldsymbol{k}_\mathrm{p}^\mathrm{e}$ *fallen unter dem Winkel* $2\theta_\mathrm{p}$ *symmetrisch auf einen* $BaTiO_3$*–Kristall. Verstärktes Streulicht bildet einen Kegel mit dem Öffnungswinkel* θ_PM*. (b) Foto des Streukegels auf einem Schirm hinter dem Kristall. (c) Wenn sich ein unter dem Winkel* θ_s *einfallender, außerordentlich polarisierter, Signalstrahl* $\boldsymbol{k}_\mathrm{s}^\mathrm{e}$ *entlang des Streukegels ausbreitet* $(\theta_\mathrm{s} = \theta_\mathrm{PM})$*, wird im Kristall ein zusätzlicher Strahl* $\boldsymbol{k}_\mathrm{g}^\mathrm{e}$ *generiert, der ebenfalls außerordentlich polarisiert ist.*

Die zeitliche Entwicklung der transmittierten Signalstrahlintensität I_s und der Intensität des generierten Strahls I_g ist in Abb. 4.26(a) gezeigt. Zunächst beleuchtet nur der Signalstrahl den Kristall. Nach 15 s werden die Pumpstrahlen zugeschaltet und die Signalstrahlintensität steigt um 3 Größenordnungen an, bis ein Sättigungswert erreicht ist. Nach dem Zuschalten der Pumpstrahlen ist die Intensität des generierten Strahls immer nahezu gleich der Signalstrahlintensität.

Für eine derartige Verstärkung ist eine exakte Justage des Signalstrahls erforderlich, da die Phasenanpassungsbedingung (4.12) erfüllt werden muß. Die Abbildung 4.26(b) zeigt eine typische zeitliche Entwicklung der Intensitäten für nicht exakte Phasenanpassung. Man beobachtet nur eine transienten Anstieg von I_s und I_g. Der Spitzenwert der Verstärkung entspricht ungefähr dem stationären Wert in Abb. 4.26(a).

Die Berechnungen des Kapitels 4.2 sagen eine Abhängigkeit der Verstärkung von dem Pumpwinkel θ_p voraus (vgl. Abb. 4.23 oder 4.24). Zur Überprüfung wird die Verstärkung $G_\mathrm{s} = I_\mathrm{s}/I_\mathrm{s}^\mathrm{i}$ als Funktion des Pumpwinkels gemessen. Beide Pumpstrahlen sind gleich

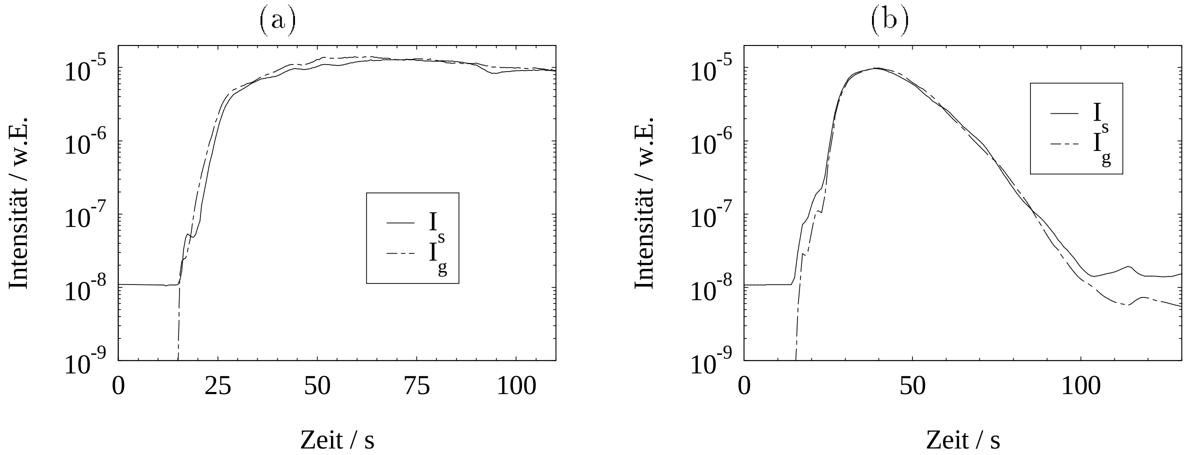


Abbildung 4.26: *Zeitliche Entwicklung der Signalstrahlintensität $I_{\rm s}$ und der Intensität des generierten Strahls $I_{\rm g}$ für (a) Phasenanpassung und (b) einen leicht dejustierten Signalstrahl.*

stark und das Signal–Pump–Intensitätsverhältnis beträgt $r_{\rm s} = 0.85 \cdot 10^{-6}$. Die Ergebnisse sind durch die Punkte in Abb. 4.27 dargestellt. Die aufgetragenen Fehlerbalken können die relativ starken Schwankungen der Meßwerte zwischen $G_{\rm s} = 600$ und $G_{\rm s} = 7000$ nicht erklären. Sie berücksichtigen allerdings keine Reduzierungen der Verstärkung durch Dejustagen, d.h. sie gelten für exakte Phasenanpassung: $\Delta K = 0$. Nach diesen Ergebnissen

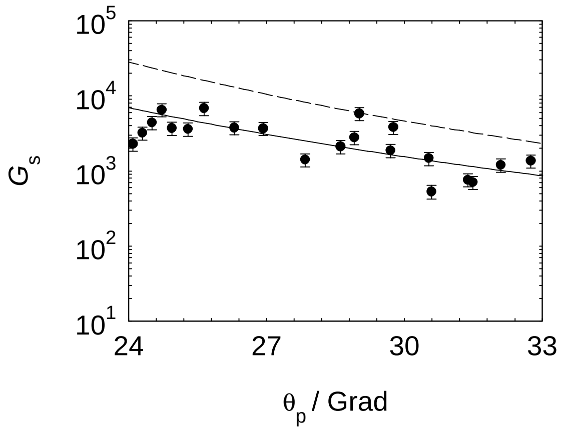


Abbildung 4.27: *Verstärkung $G_{\rm s}$ in Abhängigkeit von dem Pumpwinkel $\theta_{\rm p}$. Die Punkte entsprechen Meßwerten, die durchgezogene Kurve einer numerischen Anpassung an alle Meßwerte und die gestrichelte Kurve einer Anpassung an den einzelnen Meßwert $G_{\rm s}(\theta_{\rm p} = 29°) = 5850$.*

ermöglicht der Prozeß (oe $\xrightarrow{A}$ ee) im BaTiO$_3$–Kristall BT–Gr 79.2 Lichtstrahlen auf das 7000–fache ihrer Anfangsintensität zu verstärken (siehe Abb. 4.27, $\theta_{\rm p} = 25.5°$). Bei der Kristalldicke d = 3.2 mm bedeutet dies nach Gleichung (4.2) einen exponentiellen Verstärkungsfaktor $\Gamma = 1725\,{\rm m}^{-1}$.

Man erkennt eine tendenzielle Abnahme der gemessenen Verstärkung mit zunehmendem Pumpwinkel, wie sie durch die Theorie für effektive Ladungsträgerkonzentrationen $N_{\rm eff} \leq 10^{26}{\rm m}^{-3}$ vorhergesagt wird (siehe Abb. 4.24). Die numerische Anpassung des Verstärkungsfaktors (4.13) an die Meßwerte repräsentiert die durchgezogene Linie in Abb. 4.27. Dadurch erhält man für den verwendeten Kristall die effektive Ladungsträgerkonzentration $N_{\rm eff} = 0.42 \cdot 10^{23}{\rm m}^{-3}$.

Die starke Streuung der Meßwerte läßt sich durch die hohen Justageanforderungen aufgrund der geringen räumlichen Bandbreite des Prozesses erklären. Ein nicht genau unter dem Winkel $\theta_s^e = \theta_{PM}$ auf den Kristall fallender Signalstrahl reduziert die Verstärkung. Ein Maß für die räumliche Bandbreite ist die Streukreisdicke. Sie hängt auch bei diesem Prozeß (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ ee) von dem Pumpwinkel θ_p ab. Die in Abb. 4.28 dargestellten Meßergebnisse zeigen, daß die Winkeltoleranz $\Delta\theta_s^e$ im Gegensatz zur Abhängigkeit beim Prozeß (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ oo) (Abb. 4.12) hier mit zunehmenden Pumpwinkel abnimmt. Im Bereich $\theta_p \leq 25°$ liegt sie deutlich über den Werten, die beim Prozeß (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ oo) erreichbar sind. Die Linie in Abb. 4.28 entspricht wieder einer Anpassung der Funktion (4.10). Es wird jedoch der für diesen Prozeß gültige Streuwinkel θ_s^e und der außerordentliche Brechungsindex n_e anstatt n_o in (4.10) eingesetzt.

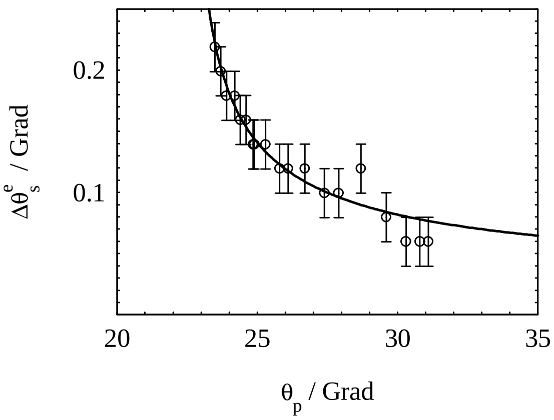


Abbildung 4.28: *Streukreisdicke $\Delta\theta_s^e$ in Abhängigkeit von dem Pumpwinkel θ_p (Azimuthwinkel $\Phi = 0°$). Die Kurve resultiert aus einer Anpassung der Formel (4.10) an die Meßwerte (siehe Text).*

Nach Formel (4.2) verhindert eine Verletzung der Phasenanpassungsbedingung $\Delta K_x = 2\gamma$ bereits vollständig die Verstärkung. Die Messung der Streukreisdicke (Abb. 4.28) verdeutlicht, daß hierzu bereits Verstimmungen von $\Delta\theta_s^e = 0.2°$ bei $\theta_p = 23.5°$ bis $\Delta\theta_s^e = 0.05°$ bei $\theta_p = 30°$ genügen. Folglich sind im Vergleich zu Dejustierungen, die nur zu geringeren Verstärkungen führen können, alle anderen Meßfehler vernachlässigbar. Die gestrichelte Kurve in Abb. 4.27 entspricht dem maximalen Verstärkungsverlauf, der an einen Meßwert ($G_s(\theta_p = 29°) = 5850$) angepaßt werden kann. Die zugehörige effektive Störstellendichte beträgt $N_{\rm eff} = 0.51 \cdot 10^{23}\mathrm{m}^{-3}$ und liegt wahrscheinlich näher an der wahren effektiven Ladungsträgerkonzentration des verwendeten Kristalls. Diese Anpassung verspricht bei besserer Justage weitaus höhere Verstärkungen, bis zu $G_s = 30000$ bei $\theta_p = 24°$.

Voraussetzung für entsprechend hohe Verstärkungen ist neben einer guten Justierung eine ausreichend hohe Intensität der Pumpstrahlen. Wie schon beim Prozeß (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\rightharpoonup}$ oo) können natürlich auch hier zu große Signal–Pump–Intensitätsverhältnisse $r_s = I_s^i/I_p^i$ Verstärkungen aufgrund einer Erschöpfung der Pumpwellen reduzieren. Abbildung 4.29 zeigt die Verstärkung $G_s = I_s/I_s^i$ des Signalstrahls als eine Funktion des Verhältnisses $r_s = I_s^i/(I_p^{o\,i} + I_p^{e\,i})$ von einfallender Signal– zu einfallender Pumpintensität. Während des Experiments bleibt die Pumpintensität $I_p^i = I_p^{o\,i} + I_p^{e\,i}$ konstant, und es variiert die Signalstrahlintensität I_s^i. Wir messen eine maximale Verstärkung $G_s = 3000$ für $r_s \leq 10^{-5}$. In diesem Bereich ist die Verstärkung nahezu konstant und nimmt nicht mit r_s ab. Bei größeren Signalstrahlintensitäten ($I_s^i \geq 10^{-5} I_p^i$) verringert sich die Verstärkung jedoch mit zunehmendem r_s. Für Verhältnisse $r_s \geq 10^{-3}$ stimmen die Meßwerte gut mit der theoretischen Grenze (4.9) überein. Im Zwischengebiet, $10^{-5} \leq r_s \leq 10^{-3}$, können die Meßwerte

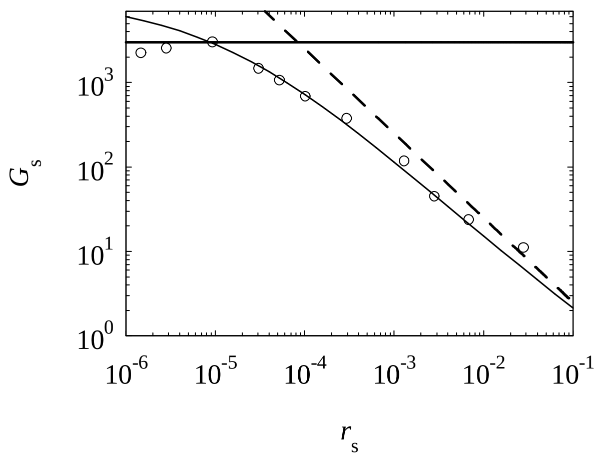


Abbildung 4.29: *Verstärkung G_s als Funktion des Intensitätsverhältnisses $r_\mathrm{s} = I_\mathrm{s}^\mathrm{i}/(I_\mathrm{p}^\mathrm{oi} + I_\mathrm{p}^\mathrm{ei})$. Die durchgezogene Gerade kennzeichnet die konstante Verstärkung $G_\mathrm{max} = 3000$ (undepleted pump approximation) und die gestrichelte Gerade die theoretische Grenze $G_\mathrm{gr} = 1/(4r_\mathrm{s})$ aufgrund der Erschöpfung der Pumpwellen (Gleichung (4.9)). Die Kurve stellt eine numerische Lösung unter Berücksichtigung der Pumpwellenerschöpfung dar (Anhang A.1).*

nur durch eine numerische Lösung (Anhang A.1) beschrieben werden. Diese berücksichtigt eine Erschöpfung des ordentlich polarisierten Pumpstrahls durch die Abbeugung in den Signalstrahl und den generierten Strahl.

Die zeitliche Messung der Signalstrahlintensität für nicht exakte Phasenanpassung in Abb. 4.26(b) zeigt nur eine transiente Verstärkung. Abbildung 4.30 zeigt die während dieser Messung aufgenommenen Fotos der Schirmbilder. Es sind nur der Streukreis, der Signalstrahl, der generierte Strahl sowie eine digitale Uhr, die vor dem Schirm aufgestellt wurde, zu sehen. Zum Zeitpunkt t = 15 s werden die Pumpstrahlen angeschaltet und der Streukreis erscheint auf dem Schirm. Der Einfallswinkel des Signalstrahls ist zunächst zu groß, und die Phasenanpassungsbedingung ist nicht erfüllt ($\theta_\mathrm{s} > \theta_\mathrm{PM}$). Mit der Zeit wächst jedoch der Durchmesser des Streukreises, also auch der Winkel der exakten Phasenanpassung θ_PM. Auf dem Schirm erscheint der Lichtfleck, der durch den generierten Strahl erzeugt wird (Abb. 4.30(a), t = 16 s). Je näher sich der Streukreis den Lichtflecken nähert, desto größer wird die Verstärkung und umso intensiver werden auch die Lichtflecken auf dem Schirm (Abb. 4.30(b), t = 22 s). Nach 32 s (Abb. 4.30(c)) schneidet der Streukreis den Signalstrahl, d.h. die Phasenanpassungsbedingung ist exakt erfüllt ($\theta_\mathrm{s} = \theta_\mathrm{PM}$). Die Verstärkung erreicht ihren Maximalwert. Gleichzeitig verschwindet der Streukreis auf dem Schirm, da sich die ordentliche Pumpwelle durch die Abbeugung in den Signal- und generierten Strahl erschöpft. Mit weiter wachsendem Streukreis verringert sich die Verstärkung, da die Phasenanpassungsbedingung nicht länger erfüllt ist ($\theta_\mathrm{s} < \theta_\mathrm{PM}$). Die Pumpwellenerschöpfung läßt nach, und der Streukreis erscheint wieder auf dem Schirm (Abb. 4.30(d)).

Die Änderung des Streukreisdurchmessers wird untersucht, indem für unterschiedliche Pumpstrahlintensitäten I_p^i der stationäre Winkel der exakten Phasenanpassung θ_PM gemessen wird. Der Einfallswinkel der nicht aufgeweiteten Pumpstrahlen beträgt bei diesem Versuch $\theta_\mathrm{p} = 23.5°$. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.31 durch die Kreise dargestellt. Erst ab einer einfallenden Pumpintensität $I_\mathrm{p}^\mathrm{i} = 3.7\,\mathrm{W\,cm^{-2}}$ wird der außerordentlich polarisierte Streukreis beobachtet. Mit zunehmender Intensität wächst der Streuwinkel nichtlinear an. Er erreicht Werte bis zu $\theta_\mathrm{PM} = 6°$ bei der maximal eingestrahlten Intensität $I_\mathrm{p}^\mathrm{i} = 10.8\,\mathrm{W\,cm^{-2}}$. Diese Messung kann wie die auf den Fotos der Abb. 4.30 beobachtete zeitliche Entwicklung des Streukreises durch eine Erwärmung des Kristalls erklärt werden.

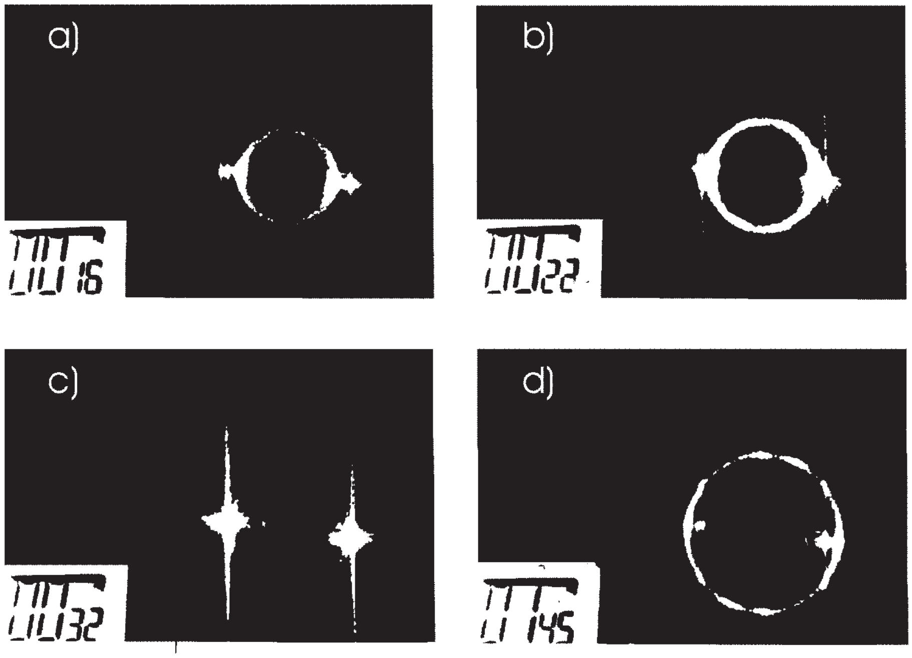


Abbildung 4.30: *Fotos des Streukreises zu verschiedenen Zeiten. Die Beleuchtung beginnt nach 15*s *und die Fotos werden nach 16*s*, 22*s*, 32*s *und 105*s *gemacht.*

Aus der Phasenanpassungsbedingung 4.12 folgt der Streuwinkel [88]

$$\theta_{\rm PM} = \arcsin \sqrt{n_{\rm e}^2(T) - \frac{(\sqrt{n_{\rm e}^2(T) - \sin\theta_{\rm p}{}^2} + \sqrt{n_{\rm o}^2 - \sin\theta_{\rm p}{}^2})^2}{4}} \quad . \tag{4.15}$$

Er hängt neben dem Pumpwinkel $\theta_{\rm p}$ nur von den Brechungsindizes für ordentliche und außerordentliche Polarisation ab. Während der Brechungsindex für ordentliche Polarisation $n_{\rm o}$ im Temperaturbereich $T = 20°{\rm C} - 80°{\rm C}$ nahezu konstant ist, steigt der außerordentliche Brechungsindex $n_{\rm e}(T)$ mit steigender Temperatur (thermooptischer Effekt): $\partial n_{\rm e}/\partial T(T = 20°{\rm C}) = 2.5{\cdot}10^{-4}{\rm K}^{-1}$ [69]. Die Näherung einer linear mit der Pumpintensität $I_{\rm p}^{\rm i}$ ansteigenden Temperaturerhöhung beschreibt die experimentell beobachtete Streuwin-

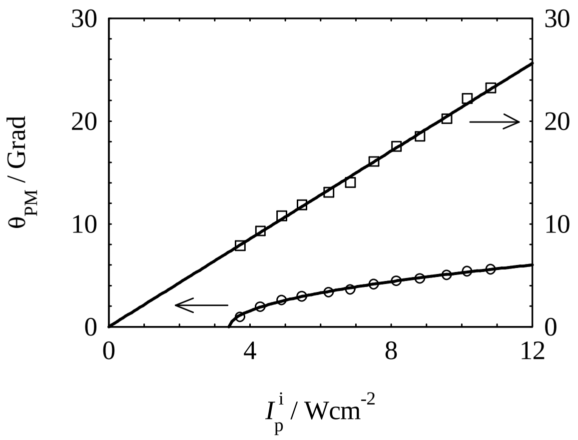
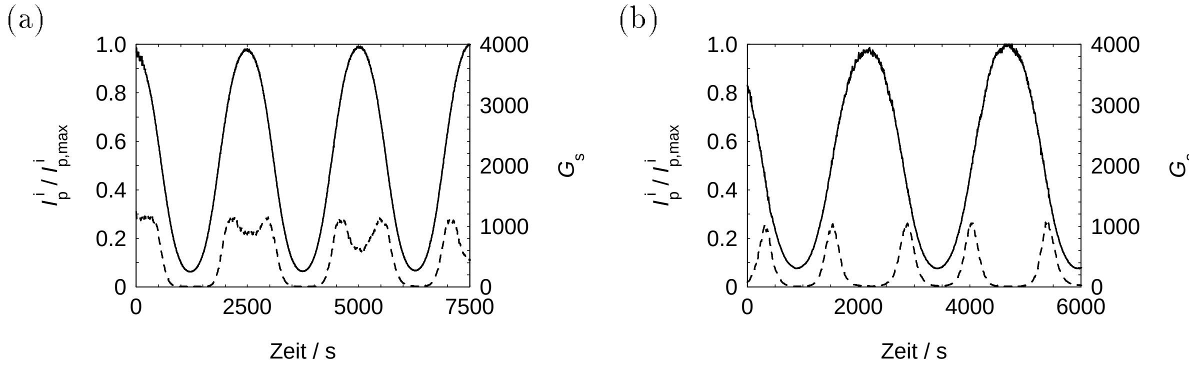


Abbildung 4.31: *Gemessene Streuwinkel $\theta_{\rm PM}$ und daraus berechnete Temperaturanstiege ΔT als Funktion der eingestrahlten Pumpintensität $I_{\rm p}^{\rm i}$. Die Kurven entsprechen einer Anpassung gemäß der linearen Abhängigkeit $\Delta T = a \cdot I_{\rm p}^{\rm i}$ (siehe Text).*

kelvergrößerung sehr gut. Die durchgezogene Kurve in Abb. 4.31 verdeutlicht eine Anpassung der Formel 4.15 auf der Grundlage dieser linearen Näherung. Die gestrichelte Linie zeigt die so gewonnene Abhängigkeit $\Delta T = a \cdot I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}}$ mit $a = 2.1\,\mathrm{K\,cm^2/W}$. Zusätzlich enthält die Abb. 4.31 die aus den gemessenen Streuwinkeln zurückgerechneten Temperaturanstiege. Nach dem angenommenen Modell können Pumpintensitäten $I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}} \geq 10\,\mathrm{W\,cm^{-2}}$ den Kristall im Wechselwirkungsgebiet um mehr als 20 K erhitzen.

Die Möglichkeit, den Streukreisdurchmesser und damit die Phasenfehlanpassung ΔK_x durch die Pumpstrahlintensität einzustellen, erlaubt aufgrund der geringen räumlichen Bandbreite des Prozesses eine beliebige Kontrolle der Verstärkung durch die Pumpstrahlintensität. Dies kann z.B. für eine Modulation der Signalstrahlverstärkung $G_{\mathrm{s}} = I_{\mathrm{s}}/I_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}}$ oder der Generationsrate $G_{\mathrm{g}} = I_{\mathrm{g}}/I_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}}$ ausgenutzt werden. Eine Demonstration dieser Technik ist



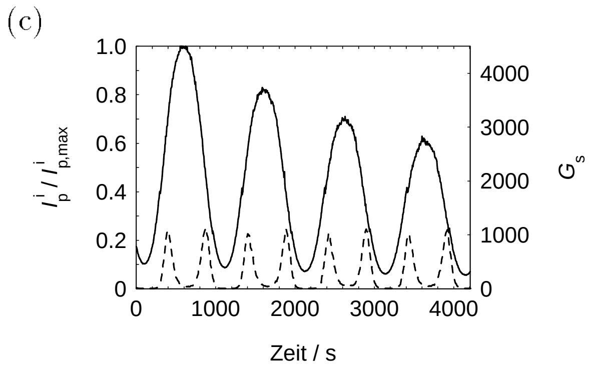


Abbildung 4.32: *Zeitliche Entwicklung der Signalstrahlverstärkung G_{s} (gestrichelte Kurve) für eine sinusförmig modulierte Pumpstrahlintensität $I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}}/I_{\mathrm{p,max}}^{\mathrm{i}}$ (durchgezogene Kurve): (a) Konstante Amplitude $I_{\mathrm{p,max}}^{\mathrm{i}}$ und Phasenanpassung bei $I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}} = I_{\mathrm{p,max}}^{\mathrm{i}}$; (b) konstante Amplitude $I_{\mathrm{p,max}}^{\mathrm{i}}$ und Phasenanpassung bei $I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}} = I_{\mathrm{p,max}}^{\mathrm{i}}/2$; (c) abnehmende Amplitude $I_{\mathrm{p,max}}^{\mathrm{i}}$ und Phasenanpassung bei $I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}} = I_{\mathrm{p,max}}^{\mathrm{i}}/2$.*

in Abb. 4.32 dargestellt. Die Pumpstrahlintensität wird sinusförmig mit der Frequenz $\Omega = 4\,\mathrm{mHz}$ moduliert. Für die zeitliche Entwicklung der Signalstrahlintensität in Abb. 4.32(a) fällt der Signalstrahl so auf den Kristall, daß Phasenanpassung für das Maximum der Pumpstrahlintensität vorliegt. Dadurch variiert die Verstärkung anfangs ebenfalls mit der Frequenz Ω. Allerdings steigt die mittlere Temperatur im Wechselwirkungsgebiet allmählich an. Dadurch wird während der zweiten Periode Phasenanpassung schon für Pumpstrahlintensitäten $I_{\mathrm{p}}^{\mathrm{i}} \leq I_{\mathrm{p,max}}^{\mathrm{i}}$ erreicht. Man beobachtet zweite Harmonische der Frequenz 2Ω in der Signalstrahlintensität. Zur Unterdrückung dieses Effekts justiert man den Signalstrahl so, daß Phasenanpassung für mittlere Pumpstrahlintensitäten vorliegt (Abb. 4.32(b)). Die Verstärkung ist dann mit der doppelten Frequenz 2Ω periodisch moduliert. Der allmähliche Anstieg der mittleren Temperatur drückt sich nur in einer geringfügigen Verschiebung der Maxima aus. So lassen sich modulierte Verstärkungen konstanter Amplitude realisieren. Diese sind selbst gegen Schwankungen der Amplitude von I_p^i stabil (siehe Abb. 4.32(c)). Die abnehmende Amplitude der Pumpstrahlintensität hat keinen Einfluß auf die Signalwelle. In allen einzelnen Experimenten dieses Versuchs ist die Intensität des phasenkonjugierten Strahls für $I_\mathrm{s} \gg I_\mathrm{s}^\mathrm{i}$ immer gleich der Signalstrahlintensität und deshalb nicht in Abb. 4.32 eingezeichnet.

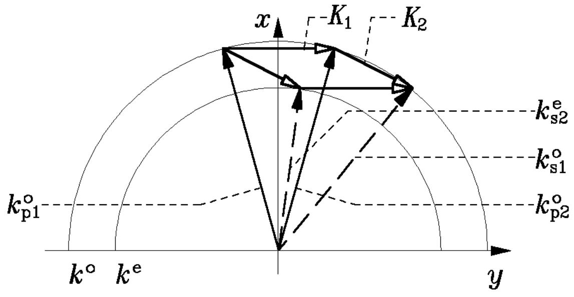
4.3 Der $\mathcal{B}$–Prozeß: oo $\rightharpoonup$ oe

4.3.1 Modell

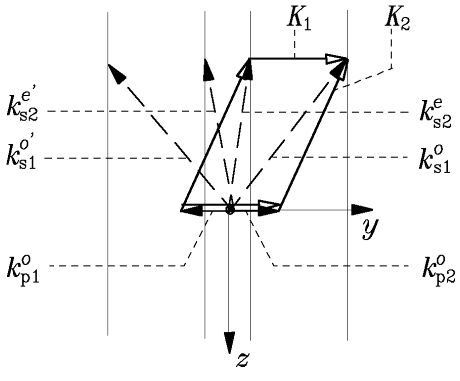
Das Phasenraumdiagramm für den Prozeß (oo $\overset{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ oe) ist in Abb. 4.33(a) und (b) dargestellt. In Kapitel 2.4.3 wurde bereits festgestellt, daß der Prozeß nur dann große Verstärkungen verspricht, wenn die $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls senkrecht zur Einfallsebene der Pumpstrahlen orientiert ist. Die zugehörige Streufigur haben wir 1995 in $BaTiO_3$ entdeckt [102]. Das Foto der Streufigur ist in Abb. 4.33 (c) zu sehen. Man beobachtet auf dem Schirm außer den beiden hellen Punkten, die von den Pumpstrahlen herrühren, vier Streulinien. Auf den inneren beiden Linien wird außerordentlich polarisiertes Licht ausgestrahlt, auf den äußeren hingegen ordentliches. Zwei Linien sind dem Prozeß (oo $\overset{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ oe) und zwei dem symmetrischen Prozeß (oo $\overset{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ eo) zuzuordnen.

Abbildung 4.33:
(a) Phasenanpassungsbedingung für den Prozeß (oo $\overset{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ eo) *in der Einfallsebene der Pumpstrahlen. (b) Projektion des Wellenvektordiagramms auf eine Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung (siehe Text). (c) Foto des Streubildes. Neben den beiden hellen Punkten, die von den Pumpwellen herrühren, sind vier Streulinien zu erkennen, hervorgerufen durch die symmetrischen Prozesse* (oo $\overset{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ eo) *und* (oo $\overset{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ oe).

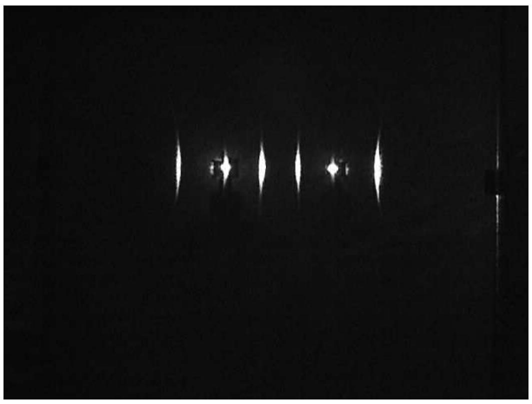
(a)



(b)



(c)



Die Beschreibung des Prozesses erfolgt anhand des Wellenvektordiagramms in Abb. 4.33. Die Phasen der beteiligten Wellen $\boldsymbol{k}^o_{s1}, \boldsymbol{k}^e_{s2}, \boldsymbol{k}^o_{p1}$ und $\boldsymbol{k}^o_{p2}$ seien ϕ_{s1}, ϕ_{s2}, ϕ_{p1} und ϕ_{p2}. Die ordentlich polarisierten Pumpwellen schreiben das Brechungsindexgitter $\boldsymbol{K}_1 = \boldsymbol{k}^o_{p2} - \boldsymbol{k}^o_{p1}$ mit der Phase $\phi_{\mathbf{K}_1} = \phi_{p2} - \phi_{p1} - \Delta\phi$. Entsteht im Kristall eine Streuwelle $\boldsymbol{k}^o_{s1}$, erzeugt diese mit der Pumpwelle $\boldsymbol{k}^o_{p2}$ das Gitter $\boldsymbol{K}_2 = \boldsymbol{k}^o_{s1} - \boldsymbol{k}^o_{p2}$ der Phase $\phi_{\mathbf{K}_2} = \phi_{s1} - \phi_{p2} - \Delta\phi$.

Die Welle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}}$ entsteht aus der an $\boldsymbol{K}_2$ abgebeugten Pumpwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}}^{\mathrm{o}}$ und hat die Phase $\phi_{\mathrm{s2}} = \phi_{\mathrm{p1}} + \phi_{\mathbf{K}_2} + \pi/2 = \phi_{\mathrm{p1}} - \phi_{\mathrm{p2}} + \phi_{\mathrm{s1}} + \pi/2 - \Delta\phi$. Ist die Phasenanpassungsbedingung

$$\boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}}^{\mathrm{o}} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}}^{\mathrm{o}} = \boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}} - \boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}} \tag{4.16}$$

erfüllt, kann $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}}$ an dem Gitter $\boldsymbol{K}_1$ nach $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}}$ abgebeugt werden. Die Phase $\phi_{\mathrm{s2}\to\mathrm{s1}}$ der abgebeugten Welle beträgt $\phi_{\mathrm{s2}\to\mathrm{s1}} = \phi_{\mathrm{s2}} + \phi_{\mathbf{K}_1} + \pi/2 = \phi_{\mathrm{s1}} + \pi - 2\Delta\phi$. Bei Diffusion ($2\Delta\phi = \pi$) stimmt sie mit der Phase ϕ_{s1} der primären Streuwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}}$ überein: $\phi_{\mathrm{s2}\to\mathrm{s1}} = \phi_{\mathrm{s1}}$. Das bedeutet $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}}$ wird durch konstruktive Interferenz verstärkt.

Allerdings wird $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}}$ auch entgegen der Richtung von $\boldsymbol{K}_1$ nach $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}}$ zurückgebeugt. Die zurückgebeugte Welle hat die Phase $\phi_{\mathrm{s1}\to\mathrm{s2}} = \phi_{\mathrm{s1}} - \phi_{\mathbf{K}_1} + \pi/2 = \phi_{\mathrm{s1}} + \pi/2 - \phi_{\mathrm{p2}} + \phi_{\mathrm{p1}} + \Delta\phi = \phi_{\mathrm{s2}} + 2\Delta\phi$. Bei Diffusion interferiert sie destruktiv mit der Welle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}}$, die durch Beugung der Pumpwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}}^{\mathrm{o}}$ am Gitter $\boldsymbol{K}_2$ entsteht. Nur wenn mehr Licht von $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}}^{\mathrm{o}}$ nach $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}}$ abgebeugt wird, als von $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}}$ zurück nach $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}}$, überträgt sich Energie von der Pumpwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p2}}^{\mathrm{o}}$ auf die Streuwellen, und eine Verstärkung kann beobachtet werden.

Auf die gleiche Art und Weise koppeln auch die Wellen $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}}{}'$ und $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}}{}'$ (Abb. 4.33(b)) mit den beiden Pumpwellen. Dadurch entstehen auf einem Schirm hinter dem Kristall vier Linien (Abb. 4.33(c)).

Allgemein summieren sich in $\mathcal{B}$–Prozessen die Phasenverschiebungen von je $\pi/2$ durch beide Beugungsprozesse zu π. Abbeugungen in gleiche Richtungen relativ zur $\boldsymbol{a}$– bzw. $\boldsymbol{b}$–Achse führen auch zur Addition der Phasenverschiebungen der Brechungsindexgitter. Ist jedes Gitter, wie im Fall der Diffusion, um $\pi/2$ gegenüber dem Intensitätsmuster phasenverschoben, summieren sich bei zwei Beugungsschritten alle vier Beiträge zu $2\pi \hat{=} 0$. Konstruktive Interferenz führt zu Streuwellenverstärkung.

Beugungen in entgegengesetzte Richtungen führen zur Kompensation der Phasenverschiebungen der Raumladungsfelder. Es verbleibt eine Phasenverschiebung π durch die zwei Beugungsprozesse. Verstärkung ist unmöglich. Auch zusätzliche Phasenverschiebungen durch äußere elektrische Felder oder Frequenzverstimmungen heben sich auf und können im Gegensatz zu $\mathcal{A}$–Prozessen keine Verstärkung ermöglichen.

4.3.2 Theorie und Diskussion

In der Literatur finden sich keine Untersuchungen des Verstärkungsprozesses (oo $\overset{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ eo). In diesem Abschnitt werden die Verstärkungsfaktoren berechnet und die Ergebnisse diskutiert. Eine weitere experimentelle Untersuchung findet aufgrund der geringen vorausgesagten Verstärkung jedoch nicht statt.

Die Amplituden eines von außen auf den Kristall fallenden Signalstrahls A_{s1} und des generierten Strahls A_{s2} erhält man durch die Substitution $A_{\mathrm{s2}}^{*} \to A_{\mathrm{s2}}$ und $\hat{\boldsymbol{V}}^{\mathcal{A}} \to \hat{\boldsymbol{V}}^{\mathcal{B}}$ in den Gleichungen (4.2) des Abschnitts 4.1.2. Mit diesem Prozeß ist es möglich entweder einen ordentlich polarisierten ($\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}}$) oder einen außerordentlich polarisierten Signalstrahl ($\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}}$) exponentiell zu verstärken. Dazu muß der entsprechende Strahl die Phasenanpassungsbedingung (4.16) erfüllen. Die generierte Lichtwelle ist nicht phasenkonjugiert, jedoch orthogonal zur Signalstrahl polarisiert. Sie wird ebenfalls exponentiell im Kristall verstärkt. Unter Berücksichtigung der Polarisationen der beteiligten Wellen, $\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} \perp \boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}}$ und $\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p2}} \perp \boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}}$, berechnet man den Verstärkungsfaktor aus Gleichung (2.35):

$$\gamma = 2\frac{\sqrt{I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p2}}}}{I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} + I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p2}}} \sqrt{\kappa_1^{\mathrm{s2}\rightharpoonup\mathrm{s1}} \kappa_2^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s2}} (\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}} \cdot \boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p2}})(\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p2}} \cdot \boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}) - |\kappa_1^{\mathrm{s2}\rightharpoonup\mathrm{s1}}|^2 (\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p2}} \cdot \boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}})^2} \quad . \tag{4.17}$$

Die Kopplungskonstanten lauten:

$$\kappa_1^{\mathrm{s2}\rightharpoonup\mathrm{s1}} = i\, R\, \bar{\sigma}\, \frac{\pi}{2\lambda \cos\theta^{\mathrm{in}}_{\mathrm{s1}}}\, n_{\mathrm{o}} n_{\mathrm{e}}^2 \left(\boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s1}} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{eff}}_{\|\mathbf{K}_1} \cdot \boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}}\right) E^0_{\mathrm{sc}\,1} \qquad \text{und} \tag{4.18a}$$

$$\kappa_2^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s2}} = i\, R\, \bar{\sigma}\, \frac{\pi}{2\lambda \cos\theta^{\mathrm{in}}_{\mathrm{s2}}}\, n_{\mathrm{o}}^2 n_{\mathrm{e}} \left(\boldsymbol{e}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{eff}}_{\|\mathbf{K}_2} \cdot \boldsymbol{e}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}\right) E^0_{\mathrm{sc}\,2} \quad . \tag{4.18b}$$

Der Realteil $\Re\{\gamma\}$ ist in Abb. 4.34 als Funktion des Pumpwinkels θ_{p} und des Winkels Φ, den der Wellenvektor $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}}$ mit der Pumpwellenebene einschließt, aufgetragen. Der

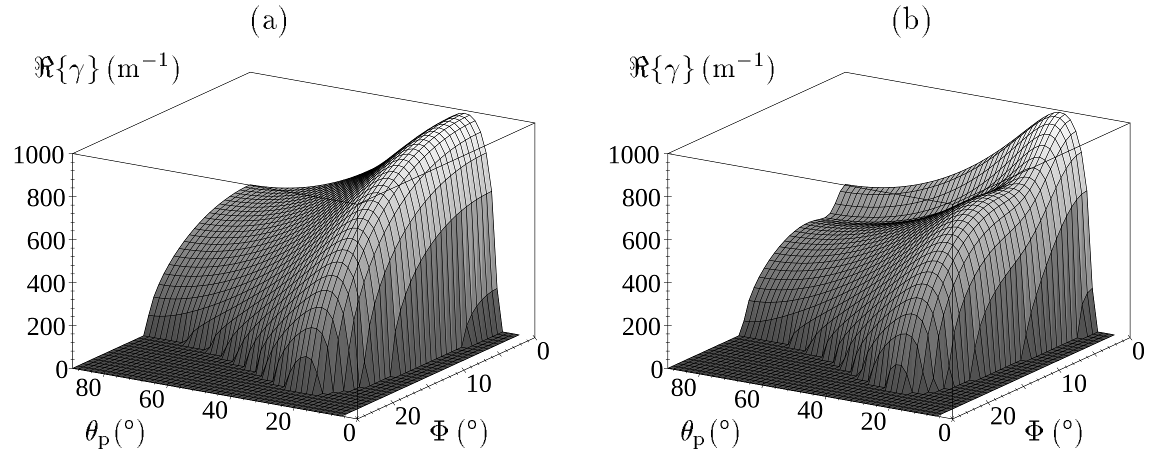


Abbildung 4.34: *Verstärkungsfaktor* $\Re\{\gamma\}$ *des Prozesses* (oo $\stackrel{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ eo) *als Funktion des Pumpwinkels* θ_{p} *und des Winkels* Φ*, den der Wellenvektor* $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}}$ *mit der Pumpwellenebene einschließt, (a) ohne und (b) mit Berücksichtigung des piezoelektrischen Effekts* ($N_{\mathrm{eff}} = 0.5\cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$, $I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} = I^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p2}}$, $R\bar{\sigma} = -1$).

Verstärkungsfaktor hat ein Maximum bei $\Phi = 0°$, d.h. Signalstrahlen werden am effektivsten verstärkt, wenn sie sich in einer Ebene mit den Pumpstrahlen ausbreiten. Dieses Ergebnis wird durch das Foto in Abb. 4.33(c) bestätigt.

Der piezoelektrische Effekt erniedrigt das Maximum nicht, da Gittervektoren in der Ebene senkrecht zur $\boldsymbol{c}$–Achse Brechungsindexmodulationen nicht beeinflussen (vgl. Abb. 2.1). Er macht sich nur geringfügig dadurch bemerkbar, daß das Maximum in Abb. 4.34 im Bereich $\Phi = 0° \pm 5°$ hervorgehoben wird. Auf dem Foto in Abb. 4.33 (c) ist deutlich zu erkennen, daß die Streuintensität stark mit dem Winkel Φ abnimmt.

Für Pumpwinkel $\theta_{\mathrm{p}} < 13°$ verschwindet der Verstärkungsfaktor in Abb. 4.34. Dieser Effekt begründet sich allerdings in der angenommenen Ladungsträgerkonzentration $N_{\mathrm{eff}} = 5 \cdot 10^{22}\,\mathrm{m}^{-3}$. Abbildung 4.35 zeigt, daß nur Werte $N_{\mathrm{eff}} < 1.7 \cdot 10^{23}\mathrm{m}^{-3}$ zu Verstärkungen im Bereich $\theta_{\mathrm{p}} > 13°$ führen, während Konzentrationen $N_{\mathrm{eff}} > 1.7 \cdot 10^{23}\mathrm{m}^{-3}$ einen positiven

Realteil $\Re\{\gamma\}$ gerade im entgegengesetzten Pumpwinkelbereich $\theta_\mathrm{p} < 13°$ hervorrufen. Im vorherigen Abschnitt 4.3.1 wurde darauf hingewiesen, daß Verstärkung nur auftritt, wenn die Beugung von $\boldsymbol{k}^\mathrm{o}_\mathrm{p1}$ über das Gitter $\boldsymbol{K}_2$ nach $\boldsymbol{k}^\mathrm{e}_\mathrm{s2}$ effizienter ist als der Konkurrenzprozeß über das Gitter $\boldsymbol{K}_1$. Diese Verstärkungsbedingung, $\kappa_2^{\mathrm{p1}\rightharpoonup\mathrm{s2}} > \kappa_1^{\mathrm{s2}\rightharpoonup\mathrm{s1}}$, lautet vereinfacht (vgl. Gleichung 4.18): $E^0_{\mathrm{sc}\,2} > E^0_{\mathrm{sc}\,1}$. Für große effektive Ladungsträgerkonzentrationen N_eff steigt das Raumladungsfeld fast linear mit dem Gittervektor an: $E_\mathrm{sc} \propto E_\mathrm{d} \propto K$. Der Betrag des Gittervektors $\boldsymbol{K}_1$ nimmt im Gegensatz zu K_2 mit dem Pumpwinkel zu. Für $\theta_\mathrm{p} < 13°$ gilt $K_2 > K_1$, und die Verstärkungsbedingung ist in diesem Bereich erfüllt. Starke Raumladungsträgerbegrenzung kann jedoch die Verhältnisse vollständig umkehren: $E_\mathrm{sc} \propto E_\mathrm{q} \propto K^{-1}$. Verstärkung ist dann nur für $\theta_\mathrm{p} > 13°$ möglich.

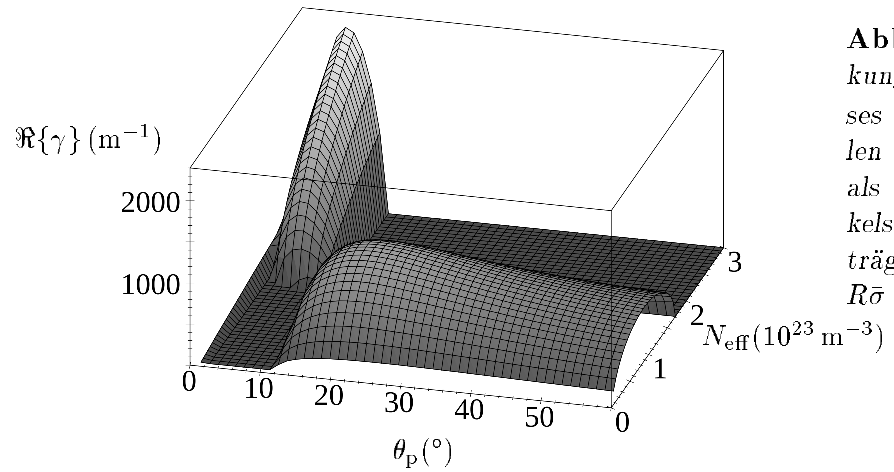


Abbildung 4.35: *Verstärkungsfaktor $\Re\{\gamma\}$ des Prozesses (oo $\xrightharpoonup{\mathcal{B}}$ eo) für Signalstrahlen in der Pumpwellenebene als Funktion des Pumpwinkels θ_p und der Raumladungsträgerdichte N_eff ($I^\mathrm{o}_\mathrm{p1} = I^\mathrm{o}_\mathrm{p2}$, $R\bar{\sigma} = -1$).*

In allen untersuchten Kristallen (Tabelle 3.1) werden die Streulinien nur für $\theta_\mathrm{p} > 13°$ beobachtet. Man kann die effektive Ladungsträgerkonzentration aller Proben somit auf $N_\mathrm{eff} < 1.8 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$ einschränken. Vermessene Streulichtverteilungen [103] stimmen qualitativ sehr gut mit dem Verstärkungsfaktor in Abb. 4.35 überein und bestätigen die Berechnungen dieses Kapitels.

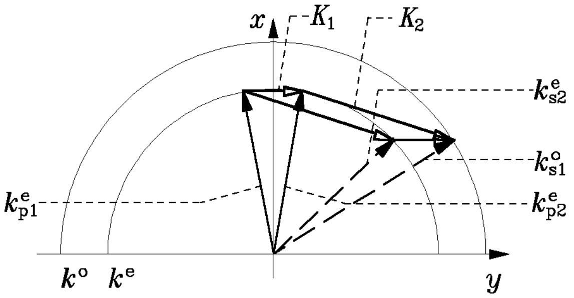
Da der exponentielle Verstärkungsfaktor verglichen mit denen der Prozesse (oe $\xrightharpoonup{\mathcal{A}}$ oo) und (oe $\xrightharpoonup{\mathcal{A}}$ ee) relativ klein ist, wird der Prozeß (oo $\xrightharpoonup{\mathcal{B}}$ eo) nicht zur Signalstrahlverstärkung herangezogen.

4.4 Der $\mathcal{B}$–Prozeß: ee $\rightharpoonup$ eo

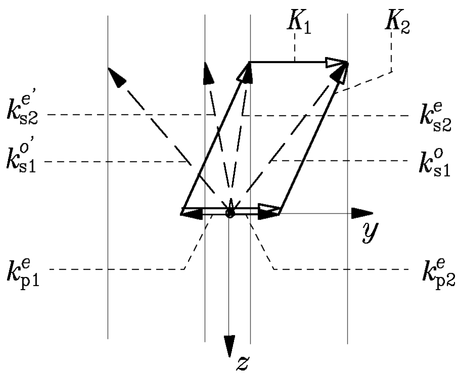
Das Phasenraumdiagramm für den Prozeß (ee $\overset{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ eo) ist in Abb. 4.36(a) dargestellt. Der Prozeß ist nur dann von Interesse, wenn die $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls senkrecht zur Einfallsebene der Pumpstrahlen orientiert ist. Die zugehörige Streufigur haben wir 1996 in $BaTiO_3$ entdeckt [103]. Sie ist auf dem Foto in Abb. 4.36(c) zu sehen. Man erkennt zwei dunkle Linien, die sich gegen einen hellen Hintergrund abheben. Sie werden durch Abschwächung von außerordentlich polarisiertem Streulicht verursacht.

Abbildung 4.36:
(a) Phasenanpassungsbedingung des Prozesses (ee $\overset{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ eo) in der Einfallsebene der Pumpstrahlen. (b) Projektion des Wellenvektordiagramms auf eine Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. (c) Foto des Streubildes. Die beiden Pfeile weisen auf zwei dunkle Linien hin, die im Hintergrundstreulicht zu erkennen sind (siehe Text).

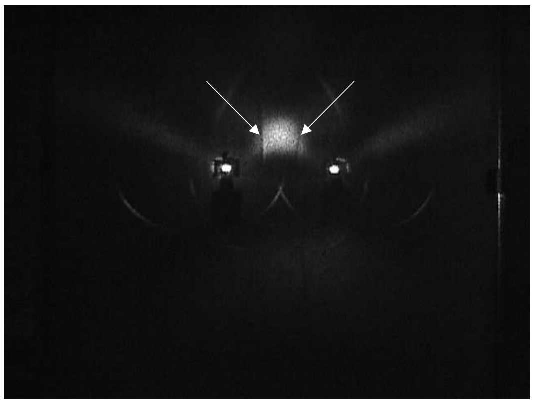
(a)



(b)



(c)



Die Beschreibung des Prozesses erfolgt anhand des Phasenraumdiagramms in Abb. 4.36. Die außerordentlich polarisierten Pumpstrahlen erzeugen zusammen das Brechungsindexgitter $\boldsymbol{K}_1 = \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p}2} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p}1}$ und die Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s}2}$ schreibt mit $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p}1}$ das Gitter $\boldsymbol{K}_2 = \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s}2} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p}1}$. Die Welle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s}1}$ entsteht aus der an $\boldsymbol{K}_2$ abgebeugten Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p}2}$. Erfüllt sie die Phasenanpassungsbedingung

$$\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p}2} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p}1} = \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{s}1} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s}2} \quad , \tag{4.19}$$

wird sie in einem weiteren Schritt entgegen des Gittervektors $\boldsymbol{K}_1$ in Richtung von $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s}2}$ abgebeugt. Beide Beugungsprozesse laufen relativ zur $\boldsymbol{a}$– bzw. $\boldsymbol{b}$–Achse in entgegengesetzte Richtungen ab. Nach den Erkenntnissen des vorherigen Abschnitts heben sich die Phasenverschiebungen der beiden Brechungsindexgitter gegenseitig auf. Es verbleibt eine Phasenverschiebung von π durch die zwei Beugungsprozesse. Es liegt destruktive Interferenz vor und die auslösende Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s}2}$ wird abgeschwächt. Dadurch entsteht eine dunkle Linie auf dem Foto in Abb. 4.36(c). Auf die gleiche Art und Weise koppeln auch die Wellen $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}\,\prime}$ und $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}\,\prime}$ (Abb. 4.33(b)) mit den beiden Pumpwellen und erzeugen die zweite dunkle Linie auf dem Foto in Abb. 4.36(c). Die durch die Wellen $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}}$ und $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}\,\prime}$ erzeugten Linien sind aufgrund ihrer geringen Intensität auf dem Foto nicht zu erkennen.

Da sich die Phasen der Brechungsindexgitter gegenseitig kompensieren, führen Phasenverschiebungen $\Delta\phi \neq \pi/2$ aufgrund äußerer elektrischer Felder oder frequenzverstimmter Signalstrahlen im Gegensatz zu $\mathcal{A}$–Prozessen nicht zu Verstärkungen.

Die Amplituden eines von außen auf den Kristall fallenden Signalstrahls A_{s1} und des generierten Strahls A_{s2} erhält man wieder durch die Substitution $A_{\mathrm{s2}}^{*} \rightarrow A_{\mathrm{s2}}$ und $\hat{\boldsymbol{V}}^{\mathcal{A}} \rightarrow \hat{\boldsymbol{V}}^{\mathcal{B}}$ in den Gleichungen (4.2) des Abschnitts 4.1.2. Den Verstärkungsfaktor berechnet man aus Gleichung (2.35) unter Berücksichtigung von $\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}}^{\mathrm{e}} \perp \boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}}$ und $\boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}}^{\mathrm{e}} \perp \boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}}$:

$$\gamma = 2\frac{\sqrt{I_{\mathrm{p1}}^{\mathrm{e}} I_{\mathrm{p2}}^{\mathrm{e}}}}{I_{\mathrm{p1}}^{\mathrm{e}} + I_{\mathrm{p2}}^{\mathrm{e}}}\sqrt{-\kappa_1^{\mathrm{s1}\rightharpoonup\mathrm{s2}\,*}\kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}}(\boldsymbol{e}_{\mathrm{p1}}^{\mathrm{e}} \cdot \boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}}) - |\kappa_1^{\mathrm{s1}\rightharpoonup\mathrm{s2}}|^2} \quad . \tag{4.20}$$

Die Kopplungskonstanten lauten:

$$\kappa_1^{\mathrm{s2}\rightharpoonup\mathrm{s1}} = i\,R\,\bar{\sigma}\,\frac{\pi}{2\lambda\cos\theta_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{in}}}\,n_{\mathrm{o}}n_{\mathrm{e}}^2\,(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{||\mathbf{K}_1}^{\mathrm{eff}} \cdot \boldsymbol{e}_{\mathrm{s2}}^{\mathrm{e}})\;E_{\mathrm{sc}\,1}^{0} \qquad \text{und} \tag{4.21a}$$

$$\kappa_2^{\mathrm{p2}\rightharpoonup\mathrm{s1}} = i\,R\,\bar{\sigma}\,\frac{\pi}{2\lambda\cos\theta_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{in}}}\,n_{\mathrm{o}}n_{\mathrm{e}}^2\,(\boldsymbol{e}_{\mathrm{s1}}^{\mathrm{o}} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}_{||\mathbf{K}_2}^{\mathrm{eff}} \cdot \boldsymbol{e}_{\mathrm{p2}}^{\mathrm{e}})\;E_{\mathrm{sc}\,2}^{0} \quad . \tag{4.21b}$$

Der exponentielle Verstärkungsfaktor (4.20) ist immer rein imaginär. Dies bestätigt die Aussage der Phasenbetrachtung. Der Prozeß (ee $\overset{\mathcal{B}}{\rightharpoonup}$ oe) ermöglicht keine Signalverstärkung. Eine weitere experimentelle Untersuchung findet deshalb nicht statt.

Kapitel 5

Photorefraktive parametrische Streuung in KTN

Kalium–Tantalat–Niobat (KTN) ähnelt in vielen charakteristischen Materialeigenschaften Bariumtitanat, zeigt diese teilweise sogar noch ausgeprägter (vgl. Tabelle 2.1). Die im vorherigen Kapitel demonstrierten photorefraktiven parametrischen Verstärkungsprozesse sollten demnach auch in KTN–Kristallen realisierbar sein. In der Literatur finden sich jedoch noch keine Hinweise auf Untersuchungen in dieser Richtung.

Dieses Kapitel beginnt mit einer Vorstellung der Strahlauffächerung (*beam–fanning*), die der untersuchte Kristall sehr ausgeprägt zeigt. Anschließend werden die ersten Nachweise der photorefraktiven parametrischen Vier–Wellen–Mischprozesse (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\triangleq}$ oo), (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\triangleq}$ ee), (ee $\stackrel{\mathcal{B}}{\triangleq}$ oe), (oe $\stackrel{\mathcal{B}}{\triangleq}$ ee) und (ee $\stackrel{\mathcal{B}}{\triangleq}$ ee) in KTN präsentiert. Ein Vergleich der Streumuster mit den Phasenanpassungsbedingungen identifiziert diese Prozesse eindeutig.

Alle Versuche werden mit dem Kristall G 70.3.1.1 durchgeführt. Nähere Informationen zu diesem Kristall finden sich in den Tabellen 3.2 und 3.3.

5.1 Strahlauffächerung

In dem ersten Versuch beleuchtet nur ein außerordentlich polarisierter Pumpstrahl den Kristall, wie in Abb. 5.1 dargestellt. Das auf einen Schirm fallende Streumuster wird von hinten abfotografiert. Da das Schirmmaterial eine stark gerichtete Transmission zeigt, wird zur besseren Verdeutlichung der Streulichtverteilung der Schirm in drei verschiedenen Positionen, senkrecht, parallel und unter 45° zur Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls, aufgestellt. Der KTN–Kristall G 70.3.1.1 zeichnet sich durch eine extrem stark ausgeprägte Strahlauffächerung aus. In Abb. 5.1(0°) ist die typische, von $BaTiO_3$ bekannte, Kleeblatt–artige Streulichtverteilung zu erkennen. Das Licht teilt sich in Richtung der $\boldsymbol{c}$–Achse in drei keulenartige Strukturen auf, deren Licht wie der Pumpstrahl außerordentlich polarisiert ist. Zusätzlich wird der Pumpstrahl von einem Streuring eingeschlossen, auf dem sich ordentlich polarisiertes Licht ausbreitet. Die Auffächerung ausschließlich

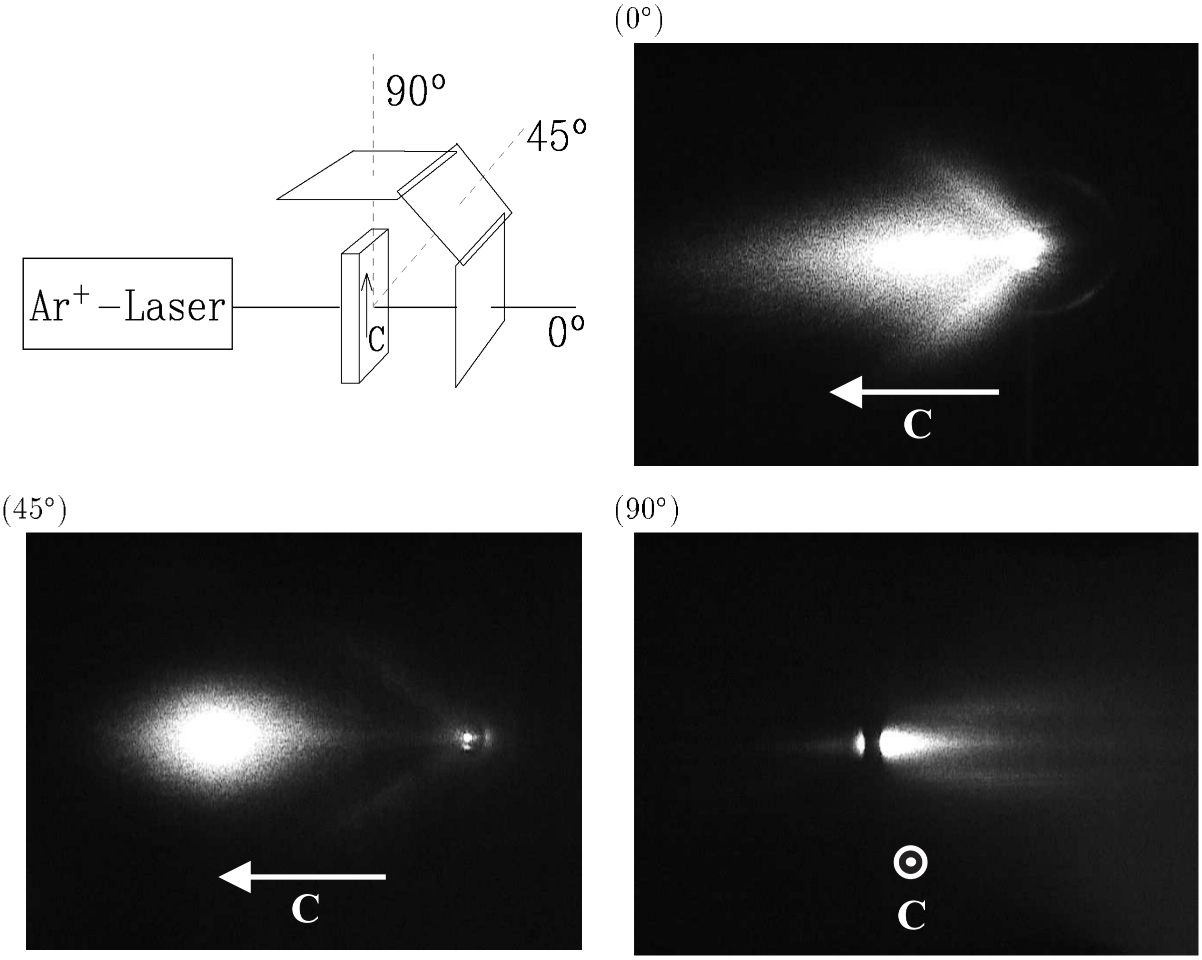


Abbildung 5.1: *Strahlauffächerung eines außerordentlich polarisierten Laserstrahls (λ = 514.5 nm) im KTN–Kristall G 70.3.1.1. Der Strahl breitet sich senkrecht zur **c**–Achse entlang der **a**–Achse des Kristalls aus. Ein Schirm wird senkrecht (0°), parallel (90°) und unter 45° zur Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls aufgestellt und die Streulichtverteilungen von hinten fotografiert. Die Projektion der **c**–Achse auf den Schirm ist in den Fotos skizziert.*

in Richtung der eingezeichneten ***c***–Achse ist ein eindeutiges Zeichen für die vollständige Polarisierung der Probe.

Die beiden Seitenkeulen werden durch piezoelektrische und elastooptische Einflüsse auf den elektrooptischen Tensor hervorgerufen. Dies wurde für $BaTiO_3$ nachgewiesen [54]. Sowohl das Verhältnis der Intensitäten in den einzelnen Keulen als auch deren Richtung hängt nicht nur von den Elementen des elastooptischen und inversen piezoelektrischen Tensors ab, sondern ebenso von der effektiven Störstellendichte des einzelnen Kristalls sowie der gewählten Lichtwellenlänge [104]. Während die beiden äußeren Streukeulen beim KTN–Kristall G 70.3.1.1 den Winkel $(81 \pm 3)°$ einschließen, wurde von Montemezzani et al. [54] in $BaTiO_3$ bei λ = 514.5 nm der Winkel 110° gemessen. Weitere Literaturwerte existieren nicht. Aufgrund fehlender Materialparameter läßt sich die Bedeutung des piezoelektrischen und elastooptischen Effekts für die photorefraktive Wellen–Mischung in KTN nur schwer abschätzen. Aber insbesondere die Abbildungen 5.1(45°) und 5.1(90°) deuten durch die schwache Ausbildung der Seitenkeulen darauf hin, daß die erwähnten

Einflüsse in der gewählten Konfiguration in KTN geringer als in $BaTiO_3$ sind.

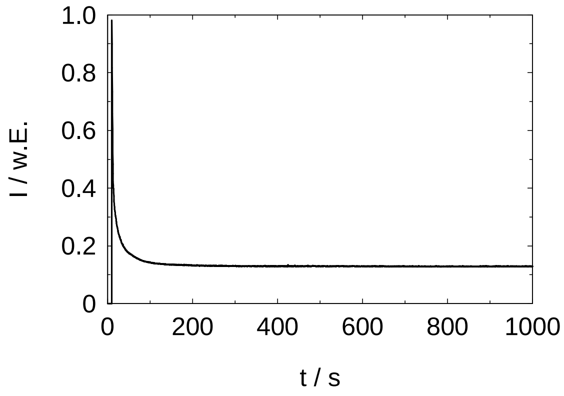
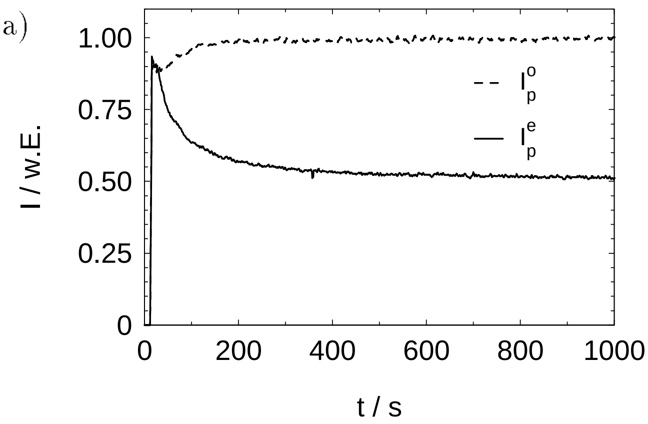


Abbildung 5.2: *Zeitlicher Verlauf der transmittierten Intensität des außerordentlichen Pumpstrahls während des in Abb. 5.1 skizzierten Versuchs.*

Das ausgeprägte Auffächerung schwächt die Intensität des transmittierten Laserstrahls um mehr als 85% ab (Abb. 5.2). Wählt man den Aufbau der Abb.(4.6) und beleuchtet den Kristall zusätzlich mit einem zweiten, ordentlich polarisierten Pumpstrahl, wird die Strahlauffächerung reduziert (Abb. 5.3(a)). Die transmittierte außerordentliche Intensität nimmt aber immer noch um ungefähr 50% ab. Auch die Kleeblatt–artige Streulichtverteilung um den außerordentlich polarisierten Pumpstrahl bleibt deutlich auf dem Schirm zu erkennen (Abb. 5.3(b)). Die Ursache für die Auffächerung außerordentlich polarisierter Lichtwellen in $BaTiO_3$ und KTN sind die großen elektrooptischen Koeffizienten $r_{131} = r_{232}$. Hingegen steht für die Auffächerung eines ordentlichen Strahls nur der sehr viel kleinere Koeffizient $r_{113} = r_{223}$ zur Verfügung. Entsprechend gering sind die Einflüsse auf die linke Pumpwelle in Abb. 5.3. Sie wird nicht aufgefächert.

(a)



(b)

Abbildung 5.3: *Beleuchtung des KTN–Kristalls G 70.3.1.1 mit zwei orthogonal polarisierten Pumpstrahlen (Aufbau 4.6). (a) Zeitlicher Verlauf der transmittierten Intensität des außerordentlich (I_p^e) und ordentlich (I_p^o) polarisierten Pumpstrahls. (b) Der außerordentlich polarisierte Pumpstrahl (rechts) wird im Gegensatz zum ordentlichen (links) aufgefächert.*

Die in diesem Abschnitt präsentierte Auffächerung außerordentlich polarisierter Lichtstrahlen ist ein eindeutiges Zeugnis der herausragenden photorefraktiven Eigenschaften des verwendeten Kristalls G 70.3.1.1. Neben den elektrooptischen Koeffizienten ist auch die effektive Ladungsträgerkonzentration durch die thermische Behandlung von Loheide et al. [31] enorm hoch. Leider zeugt das im Fernfeld fotografierte Profil eines durch diesen Kristall transmittierten Laserstrahls in Abb. 5.4 ebenso von der schlechten optischen Qualität der Probe. Die Zerstörung des Strahlprofils ist nicht nur auf Oberflächenschäden zurückzuführen, da das reflektierte Strahlprofil eine deutlich bessere Qualität aufweist. Für die Aufnahme wurde ein ordentlich polarisierter Lichtstrahl verwendet, um photorefraktive Einflüsse zu minimieren.

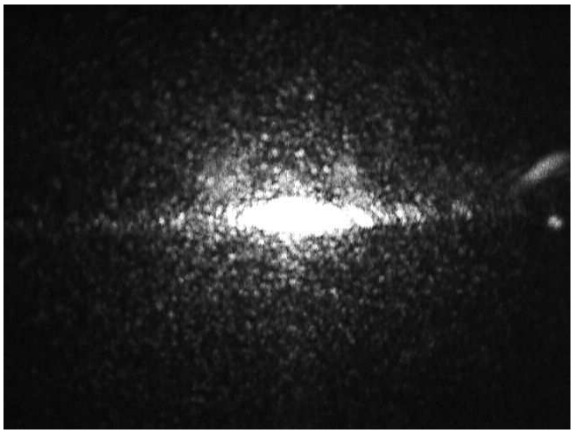


Abbildung 5.4: *Profil eines durch den KTN–Kristall G 70.3.1.1 transmittierten, ordentlich polarisierten Laserstrahls. Das Foto wurde einen Meter hinter der Probe aufgenommen.*

5.2 Streukreise

Der Aufbau für die Messungen in KTN entspricht dem für die Untersuchungen der Verstärkungsprozesse in $BaTiO_3$ (Abb. 4.6). Auch für KTN können Streukreise beobachtet werden, wenn ein ordentlich und ein außerordentlich polarisierter Pumpstrahl in symmetrischer Weise auf einen Kristall fallen.

Wenige Sekunden nach Beginn der Beleuchtung sind drei Streuringe auf dem Schirm zu erkennen (5.5). Ein Streuring wird allein durch den außerordentlichen Pumpstrahl hervorgerufen und umschließt diesen. Er ist auch auf dem Foto in Abb. 5.1 zu sehen. Für die Beobachtung der anderen Streufiguren ist die Existenz beider Pumpwellen unabdingbar. Auf dem Kegelmantel des inneren der beiden übrigen Streuringe tritt rein außerordentlich polarisiertes Licht aus, auf dem äußeren ordentliches. Von dem äußeren Streukreis sind, wie schon in $BaTiO_3$ (Abb. 4.1(c)), auch in KTN im wesentlichen zwei symmetrisch liegende Segmente sichtbar, die durch senkrecht durch die Pumpwellen verlaufende Geraden begrenzt werden. Weiter erkennt man zwischen innerem Streuring und dem linken, ordentlich polarisierten Pumpstrahl eine außerordentlich polarisierte Streulinie. Deren Ursache wird in Abschnitt 5.3 erörtert.

Aufgrund der Beobachtungen bezüglich Lichtpolarisation und Form der Streufiguren werden die parametrischen Prozesse (eo $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ ee) und (eo $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) als Modelle für den inneren und äußeren Streukreis vorgeschlagen. Diese Prozesse sind durch die Phasenanpassungsbedingungen 4.12 und 4.1 festgelegt. Ebenso behalten die Wellenvektordiagramme in den

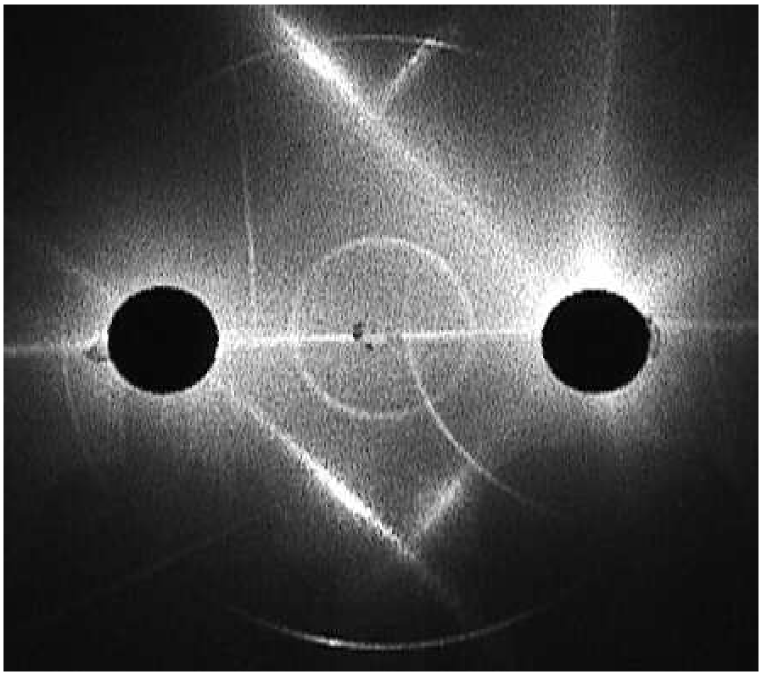


Abbildung 5.5: *Intensitätsverteilung der Streufiguren auf einem Schirm hinter dem KTN–Kristall G 70.3.1.1. Der rechte Pumpstrahl ist außerordentlich und der linke ordentlich polarisiert. Beide Pumpstrahlen sind durch lichtundurchlässige runde Blenden auf dem Schirm abgedeckt.*

Abbildungen 4.1 und 4.22 auch für KTN ihre Gültigkeit. Die Öffnungswinkel beider Streukreise leiten sich aus den Phasenanpassungsbedingungen 4.1 und 4.12 ab:

$$(\mathrm{eo} \,\underline{\mathcal{A}}\, \mathrm{oo}): \qquad \theta_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}} = \arcsin \sqrt{n_{\mathrm{o}}^2 - \frac{\left(\sqrt{n_{\mathrm{e}}^2 - \sin^2\theta_{\mathrm{p}}} + \sqrt{n_{\mathrm{o}}^2 - \sin^2\theta_{\mathrm{p}}}\right)^2}{4}}\,, \tag{5.1a}$$

$$(\mathrm{eo} \,\underline{\mathcal{A}}\, \mathrm{ee}): \qquad \theta_{\mathrm{s}}^{\mathrm{e}} = \arcsin \sqrt{n_{\mathrm{e}}^2 - \frac{\left(\sqrt{n_{\mathrm{e}}^2 - \sin^2\theta_{\mathrm{p}}} + \sqrt{n_{\mathrm{o}}^2 - \sin^2\theta_{\mathrm{p}}}\right)^2}{4}}\,, \tag{5.1b}$$

Diese nichtlineare Abhängigkeit der Konuswinkel $\theta_{\mathrm{s}}^{\mathrm{e}}$ und $\theta_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}$ beider Streukreise vom Pumpwinkel θ_{p} beschreibt exakt die experimentellen Ergebnisse (Abb. 5.6). Wieder ist zu betonen, daß kein anpaßbarer Parameter verwendet wurde. Der innere Streuring existiert nur für Pumpwinkel $\theta_{\mathrm{p,min}} > 18.2°$. Mit zunehmendem θ_{p} hebt er sich immer weniger von der Hintergrundstreuung ab und ist für $\theta_{\mathrm{p}} > 26°$ nicht mehr zu erkennen. Gleiches gilt für den äußeren Ring, der nur im Bereich $10° < \theta_{\mathrm{p}} < 26°$ zu sehen ist.

Das Streulicht wird durch die Prozesse (oe $\underline{\mathcal{A}}$ oo) und (oe $\underline{\mathcal{A}}$ ee) nur geringfügig verstärkt. Auch eine Erhöhung der Pumpintensitäten auf bis zu $I_{\mathrm{p}} = 4\,\mathrm{W\,cm^{-2}}$ erzeugt keine Streufiguren, die sich deutlicher von der Hintergrundstreuung abheben. Man beobachtet lediglich ein Anwachsen des Durchmessers des inneren Streurings, das durch eine Erwärmung der

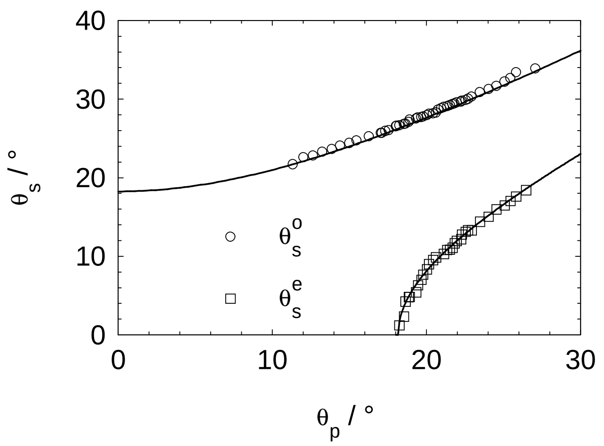


Abbildung 5.6: *Kegelöffnungswinkel des inneren (θ_s^e) und äußeren (θ_s^o) Streukreises als Funktion des Pumpwinkels θ_p für KTN. Die Symbole repräsentieren die Meßwerte, und die Linien geben die Gleichungen 5.1 wieder.*

Probe linear mit der Intensität, $\Delta T \propto I_p$, gedeutet werden kann. Die gemessene Vergrößerung des Kegelöffnungswinkels in Abb. 5.7 stimmt sehr gut mit einer Anpassung der Gleichung (5.1a) überein. Der thermooptische Effekt wird dabei durch die in Abb. 3.3 angepaßte Funktion berücksichtigt.

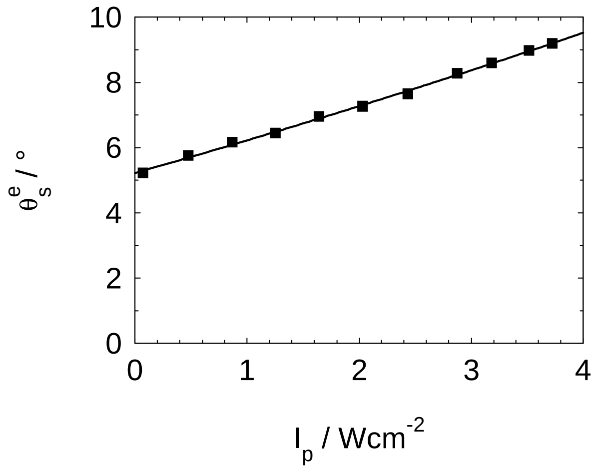


Abbildung 5.7: *Kegelöffnungswinkel des inneren Streurings θ_s^e als Funktion der Pumpintensität I_p. Die Symbole repräsentieren die Meßergebnisse, und die Linie ist eine Anpassung der Gleichung (5.1a). Es wird eine lineare Erwärmung des Kristalls mit der Pumpintensität angenommen und die in Abb. 3.3 angepaßte Funktion für den thermooptischen Koeffizienten verwendet.*

5.3 Streulinien

Beleuchtet man die in Tabelle 3.2 aufgelisteten KTN–Kristalle mit zwei ordentlich polarisierten Pumpstrahlen, können keine Streulinien auf einem Schirm hinter dem Kristall nachgewiesen werden. Im Gegensatz dazu entstehen in $BaTiO_3$–Kristallen in dieser Konfiguration vier intensive Streulinien (siehe Foto in Abb. 4.33(d)). Diese werden durch den Prozeß (oo $\xrightarrow{B}$ eo) hervorgerufen.

Man beobachtet jedoch im KTN Streufiguren, wenn beide einfallenden Pumpstrahlen außerordentlich polarisiert sind. Wenige Sekunden nach Beginn der Beleuchtung bilden sich sechs Streulinien aus. Zwei relativ deutlich zu erkennende verlaufen durch die Pumpstrahlen (Abb. 5.8(c)). Von den übrigen vier Linien heben sich zwei relativ deutlich von

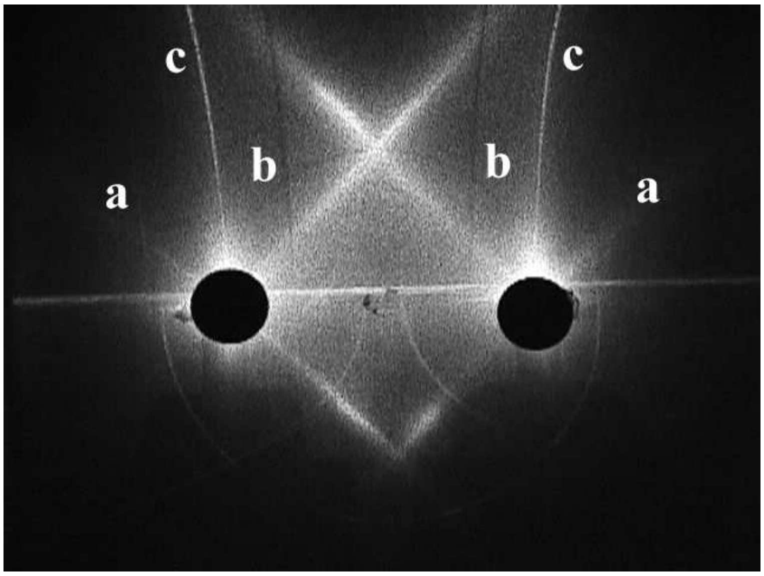


Abbildung 5.8: *Intensitätsverteilung der Streufiguren auf einem Schirm hinter dem KTN–Kristall G 70.3.1.1. Beide Pumpstrahlen sind außerordentlich polarisiert und durch lichtundurchlässige runde Blenden kurz vor dem Schirm abgedeckt.*

dem hellen, außerordentlich polarisierten Streulichthintergrund zwischen den Pumpwellen ab (Abb. 5.8(b)). Die anderen beiden breiten sich außerhalb der Pumpwellen aus, sind sehr lichtschwach und auf dem Foto in Abb. 5.8(a) kaum zu erkennen. Auf diesen Linien breitet sich ordentlich polarisiertes Licht aus.

Aufgrund der Beobachtungen bezüglich Lichtpolarisation und Form wird für die vier Linien in Abb. 5.8 (a) und (b) der parametrische Prozeß (ee $\xrightarrow{\mathcal{B}}$ eo) als Modell vorgeschlagen. Abbildung 4.36 zeigt das Wellenvektordiagramm. Die Phasenanpassungsbedingung 4.19 legt die Streuwinkel der äußeren (θ_s^o) und inneren (θ_s^e) Linien fest:

$$\theta_s^o = \arcsin\left(\frac{n_o^2 - n_e^2}{4\sin\theta_p} + \sin\theta_p\right) \quad , \tag{5.2a}$$

$$\theta_s^e = \arcsin\left(\frac{n_o^2 - n_e^2}{4\sin\theta_p} - \sin\theta_p\right) \quad . \tag{5.2b}$$

Diese nichtlineare Abhängigkeit der Streuwinkel von dem Pumpwinkel θ_p beschreibt exakt die experimentellen Ergebnisse (Abb. 5.9).

Entsprechend der Theorie in Kapitel 2.4.3 ist durch diesen Prozeß keine effiziente Streuwellenverstärkung möglich.

Die beiden relativ intensiven Linien in Abb. 5.8(c) sind außerordentlich polarisiert und können deshalb dem Prozeß (ee $\xrightarrow{\mathcal{B}}$ ee) zugeordnet werden. Sie erfüllen demnach die Phasenanpassungsbedingung

$$\boldsymbol{k}_{p1}^e - \boldsymbol{k}_{p2}^e = \boldsymbol{k}_{s1}^e - \boldsymbol{k}_{s2}^e \quad . \tag{5.3}$$

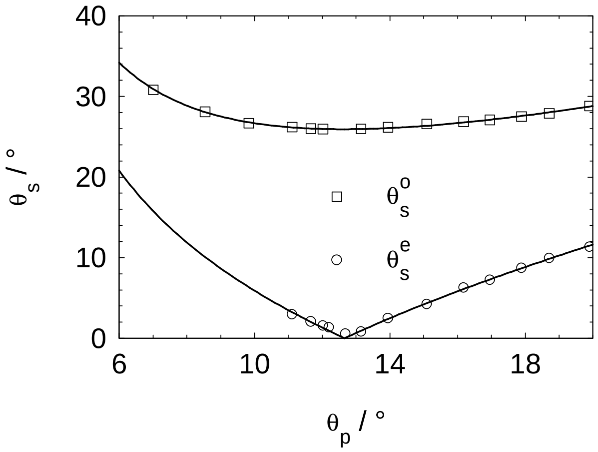


Abbildung 5.9: *Winkel zwischen den inneren $\theta_\mathrm{s}^\mathrm{e}$ bzw. äußeren $\theta_\mathrm{s}^\mathrm{o}$ Streulinien und der Ausbreitungsrichtung der Pumpwellen in der Pumpebene als Funktion des Pumpwinkels θ_p. Die Symbole repräsentieren die am Kristall G 70.3.1.1 ermittelten Größen und die Linien geben die Gleichungen 5.2 wieder.*

Das Wellenvektordiagramm ist in Abb. 2.6 skizziert. Der Prozeß ($\mathrm{ee} \xrightarrow{B} \mathrm{ee}$) konnte zuvor schon in $BaTiO_3$ [105] und $LiNbO_3$ [106] nachgewiesen werden. Die in den entsprechenden Veröffentlichungen angegebene Formel für die Linienkrümmung

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{\sin^2 \varphi}{\cos^2 \theta_\mathrm{p}}\right)^{-1/2} \tag{5.4}$$

ist materialunabhängig und beschreibt auch die Meßwerte in KTN sehr gut (Abb. 5.10(a)). Die Bedeutung von ρ und ρ_0 ist Abb. 5.10(b) zu entnehmen.

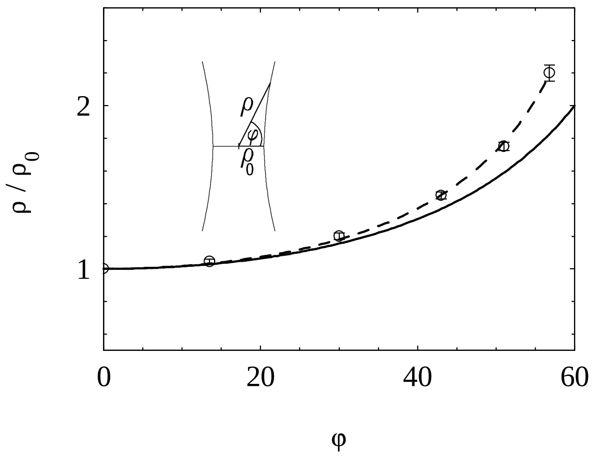


Abbildung 5.10: *Linienkrümmung ρ/ρ_0 der Streulinien in Abb. 5.8(c) als Funktion des Winkels φ. Die Symbole repräsentieren die Meßwerte, die gestrichelte Linie Gleichung (5.4) und die durchgezogene Linie einem Verlauf bei geraden Linien. Die Bedeutung von ρ, ρ_0 und φ ist in der Abbildung skizziert.*

Vergleicht man die Streulinien in Abb. 5.8(c) mit Aufnahmen, die unter Verwendung eines $BaTiO_3$–Kristalls entstanden, z.B. das Foto in [105] oder Abb. 4.36(c), wird die viel intensivere Erscheinung des Prozesses ($\mathrm{ee} \xrightarrow{B} \mathrm{ee}$) in KTN offensichtlich.

Verstärkende Eigenschaften werden für diesen Prozeß ($\mathrm{ee} \xrightarrow{B} \mathrm{ee}$) durch die Analyse in Abschnitt 2.4.3 nicht vorhergesagt. Jedoch basiert diese Analyse auf den Außerdiagonalelementen, die für eine effiziente Vier–Wellen–Mischung verantwortlich sind. Diese Streulinien entstehen dagegen durch kooperative *Zweistrahlkopplung*, die mathematisch durch die Diagonalelemente der Verknüpfungsmatrix (2.35) beschrieben wird. Die Streuwelle $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s1}}^\mathrm{e}$ wird durch Zweistrahlkopplung mit dem Pumpstrahl $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p1}}^\mathrm{e}$ verstärkt und $\boldsymbol{k}_{\mathrm{s2}}^\mathrm{e}$ durch

$\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$. Liegen diese Streuwellen auf den Linien, finden beide Zweistrahlkopplungen über ein gemeinsames Gitter $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p1}} = \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ statt. Diese Vektorgleichung ist nur eine andere Formulierung der Phasenanpassungsbedingung (5.3). Dadurch wird das Gitter und die Kopplung verstärkt, und so werden die Linien intensiver. Da dieser Prozeß auf Zweistrahlkopplungen beruht, entstehen die Streulinien sowohl in KTN als auch in $BaTiO_3$ nur in Richtung der $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls, d.h. nur oberhalb der Pumpwellenebene in Abb. 5.8. Da in $LiNbO_3$ der Ladungstransport durch photovoltaische Ströme erfolgt, liegen dort die Streulinien symmetrisch zur Einfallsebene der Pumpwellen [106].

Durch die zweite Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ wird effektiv keine Verstärkung gewonnen. Sie reduziert lediglich alle Streuwellen, die nicht auf den Linien liegen. Deshalb ist dieser Streuprozeß für Anwendungen von geringem Interesse.

Zuletzt soll die einzelne Linie zwischen innerem Streukreis und linken Pumpstrahl in Abb. 5.5 besprochen werden. Sie ist außerordentlich polarisiert und verläuft durch keinen der beiden orthogonal polarisierten Pumpstrahlen. Es verbleiben als Modelle die Prozesse (oe $\stackrel{\mathcal{B}}{\triangle}$ ee) und (oe $\stackrel{\mathcal{B}}{\triangle}$ eo). Nur der erstgenannte kann allerdings die Linie erklären. Wechselt man die Polarisation des ordentlichen Pumpstrahls zu außerordentlich, erscheint genau an der Stelle, an der sich die Linie befunden hat, eine der dunklen Linien auf dem Foto in Abb. 5.5(b). Die Streuwinkel sind also identisch. Der aus der Phasenanpassungsbedingung

$$\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}} = \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}} - \boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}} \tag{5.5}$$

abgeleitete Streuwinkel ist in Abb. 5.11 dargestellt. Er stimmt sehr gut mit den Meßwerten überein. Zusätzlich ist die Abhängigkeit (5.2) dargestellt.

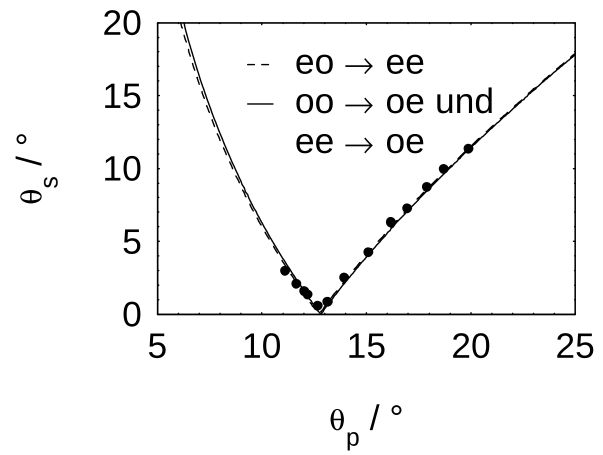


Abbildung 5.11: *Streuwinkel θ_s zwischen der Linie in Abb. 5.5 und der Ausbreitungsrichtung der Pumpwellen als Funktion des Pumpwinkels θ_{p}: Die Symbole entsprechen den Meßwerten, und die gestrichelte Linie resultiert aus der theoretischen Abhängigkeit gemäß der Phasenanpassungsbedingung (5.5). Die durchgezogene Linie repräsentiert Gleichung (5.2b).*

Der Prozeß wird anhand des Wellenvektordiagramms in Abb. 5.12 beschrieben. Die außerordentlich polarisierte Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ schreibt viele Streugitter, aber nur an $\boldsymbol{K}_1$ kann Licht aus der Pumpwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{o}}_{\mathrm{p1}}$ anisotrop abgebeugt werden. Die Streuwellen $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}}$ und $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}}$ sind deshalb gegenüber allen anderen außerordentlich polarisierten Streuwellen ausgezeichnet. Nur $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}}$ vermag das Gitter zu schreiben, an dem Licht nach $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s2}}$ abgebeugt wird. Das in Abb. 5.12 dünn eingezeichnete Gitter $\boldsymbol{K}_2$ kann aus zwei Gründen vernachlässigt werden. Zum einen wird es nur durch die Streuwellen isotrop geschrieben. Die Modulation $m_2 \propto I_{\mathrm{Streu}}/I_{\mathrm{p}}$ ist dementsprechend klein. Zum anderen können nur die Pumpstrahlen

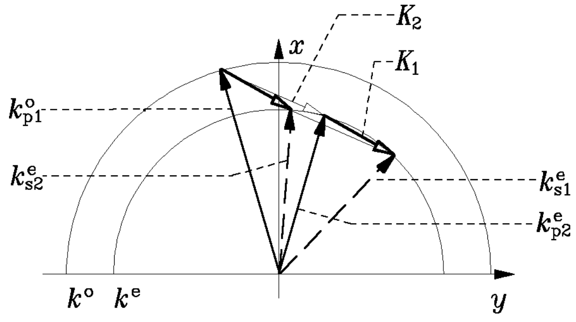


Abbildung 5.12: *Phasenraumdiagramm für den Prozeß (oe $\stackrel{\mathcal{B}}{\triangle}$ ee) in der Einfallsebene der Pumpwellen (siehe Text).*

über dieses Gitter koppeln. Keine der beiden Streuwellen wird durch eine Abbeugung über dieses Gitter verstärkt. Insbesondere speist keine der beteiligten Wellen die Streuwelle $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{s1}}$. Sie wird wie alle anderen außerordentlich polarisierten Streuwellen, die nicht die Phasenanpassungsbedingung erfüllen, nur durch Zweistrahlkopplung mit $\boldsymbol{k}^{\mathrm{e}}_{\mathrm{p2}}$ verstärkt. Sie tritt deshalb nicht aus dem Streuhintergrund hervor und erzeugt keine Linie auf dem Schirm. Typisch für die beteiligte Zweistrahlkopplung ist wieder die Beschränkung der Linie auf die obere Hälfte des Fotos, d.h. in Richtung der $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls.

Eine effiziente Signalstrahlverstärkung durch photorefraktive parametrische Verstärkungsprozesse gelingt in dem KTN–Kristall G 70.3.1.1 nicht. Bei Versuchen im verbotenen Bereich des Prozesses (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\triangle}$ oo) mit dem Aufbau in Abb. 4.15 erreicht man nur eine Verstärkung $G_{\mathrm{s}} = 2$. Dabei kann eine Auffächerung des Signalstrahls aufgrund seiner ordentlichen Polarisation in dieser Konfiguration ausgeschlossen werden.

Kapitel 6

Schlußfolgerungen

In Kapitel 4 werden vier photorefraktive parametrische Verstärkungsprozesse theoretisch und experimentell in einem $BaTiO_3$–Kristall untersucht. Die hervorragende Übereinstimmung vieler Berechnungen und Anpassungen mit den Meßergebnissen bestätigt die Gültigkeit der entwickelten Modelle und abgeleiteten Verstärkungsfaktoren.

Zum ersten Mal wird der Einfluß des inversen piezoelektrischen und elastooptischen Effekts auf diese Verstärkungsprozesse in Betracht gezogen. In vielen Materialien haben sie großen Einfluß auf den photorefraktiven Prozeß und können sowohl Verstärkungen verringern [49, 104] als auch die für eine optimale Signalverstärkung zu wählende Konfiguration entscheidend verändern [107]. Speziell in $BaTiO_3$ ist dieser Prozeß die Ursache für zunächst ungewöhnlich erscheinende Streufiguren, wie die Kleeblatt–artige Struktur der Strahlauffächerung [54]. Aber so groß der Einfluß des piezoelektrischen Effekts in vielerlei Hinsicht auf die photorefraktive Wellen–Mischung auch sein mag, zeigt dieser Effekt dennoch nur geringe Auswirkungen auf die Berechnungen in Kapitel 4 (siehe z.B. Abb. 4.2 und 4.23). Weder die optimalen Konfigurationen für Verstärkungen noch die Höhe der Verstärkungen werden entscheidend beeinflußt. Lediglich bei den Berechnungen zum Prozeß (oe $\overset{\mathcal{A}}{\rightharpoondown}$ oo) macht er sich negativ durch eine leichte Reduktion des maximalen Verstärkungsfaktors um 10% bemerkbar. Allerdings sind in den Berechnungen und Experimenten in Kapitel 4 immer symmetrisch in einer Ebene senkrecht zur $\boldsymbol{c}$–Achse einfallende Pumpwellen gewählt worden. Abweichungen von diesen Voraussetzungen würden wahrscheinlich zu größeren Effekten, aber auch zu geringeren Verstärkungsfaktoren führen.

Viel schwerer wiegt der Einfluß der Raumladungsfeldbegrenzung, der in allen früheren Veröffentlichungen zur photorefraktiven parametrischen Wechselwirkung vernachlässigt wurde. Die Verstärkungsfaktoren der beiden effizienten Verstärkungsprozesse (oe $\overset{\mathcal{A}}{\rightharpoondown}$ oo) und (oe $\overset{\mathcal{A}}{\rightharpoondown}$ ee) nehmen fast linear mit der effektiven Ladungsträgerkonzentration zu (Abb. 4.3 und 4.24). Erst unrealistisch hohe Raumladungsträgerdichten führen zu Sättigungen (siehe z.B. Abb. 4.24(b)). Verantwortlich sind die großen Elemente $\epsilon_{11} = \epsilon_{22}$ des Dielektrizitätstensors, die das limitierende Feld E_q (2.7) reduzieren. Sie sind unweigerlich an die großen elektrooptischen Koeffizienten $r_{13\,1} = r_{23\,2}$ gebunden (vgl. Abb. 2.1(a) mit (b)). Deshalb kann die Raumladungsbegrenzung nicht durch die Wahl einer speziellen Konfiguration umgangen werden, ohne gleichzeitig die wirksamen elektrooptischen Koeffizienten zu reduzieren. Die effektive Ladungsträgerkonzentration stellt dadurch den wichtigsten

Materialparameter für die photorefraktive Wellen–Mischung dar. Insbesondere weil sie keine Materialkonstante ist, wie z.B. die elektrooptischen Koeffizienten, und so relativ einfach, z.B. durch thermische Behandlungen der Kristalle, beeinflußt werden kann.

Leider limitiert die Raumladungsbegrenzung auch die Verstärkung der Wechselwirkungsprozesse, die Gegenstand der Untersuchungen dieser Arbeit sind. Zuvor berechnete exponentielle Verstärkungsfaktoren, bis zu $\gamma = 16000\,\mathrm{m}^{-1}$ für die Amplitude eines Signalstrahls [89], die ein wesentlicher Anstoß zu dieser Arbeit waren, sind für die zur Verfügung stehenden $BaTiO_3$–Kristalle unrealistisch hoch. Sie liegen eine Größenordnung über den berechneten und gemessenen Größen $\gamma \approx 2000\,\mathrm{m}^{-1}$ für den höchstdotierten Kristall BT–Gr 79.1. Nach Zugabe von 1000 ppm Rhodium, 800 ppm Natrium und 200 ppm Lithium zu der Schmelzlösung beträgt die effektive Raumladungsträgerdichte dieser Probe $N_{\mathrm{eff}} = 0.5 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$, für $BaTiO_3$ ein hoher Wert. Durch Eisendotierung können in $BaTiO_3$ nur weitaus geringere Konzentrationen erreicht werden [101].

Der Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) zeichnet sich durch den größten theoretischen Verstärkungsfaktor $\gamma = 2000\,\mathrm{m}^{-1}$ aller photorefraktiven parametrischen Vier–Wellen–Mischprozesse aus. Entsprechend wird in dieser Konfiguration auch die größte Verstärkung $G_{\mathrm{s}} = 9000$ in dieser Arbeit gemessen. Bei dem Versuch beträgt die Wegstrecke des Lichts im Kristall lediglich 3.2 mm. In heute schon kommerziell erhältlichen Kristallen mit Kantenlängen von über 1 cm wären bei dem gleichen N_{eff} demnach Verstärkungen $G_{\mathrm{s}} > 7 \cdot 10^{11}$ möglich.

Abbildung 6.1 zeigt den exponentiellen Verstärkungsfaktor für die Zweistrahlkopplung als Funktion der Winkel α^{in} und θ^{in} in Abb. 2.2. Die maximal erreichbaren Werte $\gamma = 4000\,\mathrm{m}^{-1}$ liegen doppelt so hoch wie bei dem Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo). Die Differenz wird durch den zusätzlichen Pumpstrahl beim Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) verursacht, da dieser die Modulation der Brechungsindexgitter auf die Hälfte absenkt. Es lassen sich also durch photorefraktive parametrische Wellen–Mischung keine Verstärkungen erzielen, die mit der Zweistrahlkopplung konkurrieren können. Allerdings kommen die hohen Verstärkungen der Zweistrahlkopplung bei den meisten Anwendungen nicht zum Tragen, müssen sogar reduziert werden [108, 109].

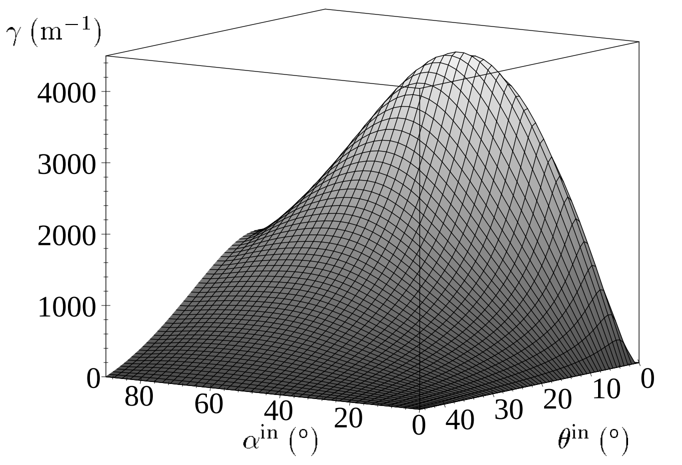


Abbildung 6.1: *Exponentieller Verstärkungsfaktor γ (2.19) für die Zweistrahlkopplung in $BaTiO_3$ als Funktion der Winkel α^{in} und θ^{in} in Abb. 2.2 ($N_{\mathrm{eff}} = 5 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$).*

Durch die riesigen Nichtlinearitäten wirken sich auch schwächste Streuwellen verheerend aus, indem sie das Signal–Hintergrund–Verhältnis reduzieren. Zu niedrige Signal–Hintergrund–Verhältnisse sind ein grundlegendes Problem der photorefraktiven Wellen–Mischung [110] und verhindern den Einsatz dieser Materialien in vielen Anwendungsbereichen. Entsprechend groß sind die Bemühungen, diese Kennzahl zu erhöhen, und viele Verbesserungsvorschläge wurden gemacht. Erwähnt seien hier die Verwendung rotierender Kristalle [111], die Kombination von Dauerstrich– mit Pulslasern [112], die Beleuchtung mit mehreren Wellenlängen zur Erzeugung achromatischer Gitter [113] oder zur gezielten Reduktion der Modulation [108], zusätzliche inkohärente Beleuchtung [109] und das Ausnutzen destruktiver Interferenzen [114], die durch photorefraktive parametrische Wechselwirkungsprozesse entstehen.

Die demonstrierten photorefraktiven parametrischen Verstärkungsprozesse können auf dem Gebiet der Rauschunterdrückung viele Probleme lösen. Die immer senkrecht zur $\boldsymbol{c}$–Achse der Kristalle einfallenden Pumpstrahlen verhindern die größten Verstärkungsfaktoren der Zweistrahlkopplung in Abb. 6.1. Für die Wechselwirkung einer beliebigen Streuwelle mit einer Pumpwelle gilt $\alpha^{\text{in}} = \theta^{\text{in}}$. Der maximal erreichbare Verstärkungsfaktor bei außerordentlich polarisierten Lichtwellen beträgt $\gamma = 2000\,\text{m}^{-1}$. Außerdem ist der zusätzliche, orthogonal polarisierte Laserstrahl, den z.B. He et al. [109] zur Verbesserung des Signal–Hintergrund–Verhältnisses benutzen, bei den vorgestellten $\mathcal{A}$–Prozessen zwangsläufig vorhanden. Er reduziert die Modulationen der Brechungsindexgitter und damit den exponentiellen Verstärkungsfaktor für die Zweistrahlkopplung auf die Hälfte. Dadurch kann die Strahlauffächerung in dem $BaTiO_3$–Kristall BT–Gr 79.1 nicht mit den Prozessen (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) und (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ ee) konkurrieren und wird unterdrückt. So zeigt der Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) im *erlaubten* Bereich ein akzeptables Signal–Hintergrund–Verhältnis $S/B = 10^3$.

Eine weitere Methode zur Rauschunterdrückung stellt die Verstärkung im *verbotenen Bereich* des Prozesses (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) dar. Das frequenzentartete Streulicht der Pumpwellen, in $BaTiO_3$ die Hauptursache für schlechte Signalqualitäten [98], wird nicht verstärkt. Dort kann ein um mehrere Größenordnungen besseres Signal–Hintergrund–Verhältnis realisiert werden (vgl. Abb. 4.19 mit 4.9). Diese Methode zur Verbesserung des Signal–Hintergrund–Verhältnisses kann mit allen anderen Lösungsmöglichkeiten konkurrieren und stellt somit eine interessante Alternative dar. Der wohl größte Vorteil ist darin zu sehen, daß selbst schwächste Signalstrahlen mit Leistungen $P_{\text{s}} < 1\text{nW}$ erfolgreich verstärkt werden können. Die Verstärkung beträgt ca. 2 Größenordnungen und sollte sich in neuerdings kommerziell erhältlichen Kristallen mit Kantenlängen von einem Zentimeter auf $G_{\text{s}} = 10^6$ steigern lassen. Ein Wert, der durch die Zweistrahlkopplung aufgrund der Strahlauffächerung nur schwer erzielt werden kann, und bis jetzt noch nicht in Signalstrahlverstärkungsexperimenten demonstriert wurde.

Durch das niedrige Signal–Hintergrund–Verhältnis bietet sich der Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) für den Einsatz als störungsarmer Vorverstärker in Systemen an, wie sie von Breugnot et al.[115] vorgeschlagen werden. Ebenso eignet er sich hervorragend als Nachverstärker in Kombination mit einem $LiNbO_3$–Speicherkristall [116], da eine sehr geringe Intensität des Lesestrahl ermöglicht wird und die Speicherzeit im $LiNbO_3$ entsprechend ansteigt.

Für die Verstärkung im verbotenen Bereich muß der Signalstrahl gegenüber dem Pumpstrahl frequenzverstimmt werden, je nach Pumpintensität um einige Zehntel Hertz. Prozesse, die nur zu Verstärkungen bei unterschiedlichen Frequenzen führen, wurden erfolgreich für die Detektion von Bewegungen, z.B. von Ultraschall–Oberflächenwellen [26], verwendet. Auch in diesem Bereich könnte der Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ oo) attraktive Möglichkeiten bieten, allerdings wohl nur in empfindlicheren Materialien, z.B. Halbleitern.

Die Demonstration der Bildverstärkung (Abb. 4.10) verdeutlicht ein prinzipielles Problem der photorefraktiven parametrischen Prozesse. Die Phasenanpassungsbedingungen erlauben nur die Verstärkung eindimensionaler Strukturen. In vielen Anwendungen, z.B. der Strahlhomogenisierung oder Bewegungsdetektion, hat diese Tatsache jedoch keine Bedeutung, sondern kann im Gegenteil zu einem Vorteil ausgenutzt werden. Oftmals ist die hohe Winkelselektivität von Vorteil. Durch die geringe räumliche Bandbreite wirkt der Verstärkungsprozeß wie ein aktiver Modenfilter. Hier sind insbesondere auch Überlagerungen von photorefraktiven parametrischen Prozessen interessant, die in einigen Konfiguration automatisch auftreten [117, 118]. Dadurch entsteht in beide transversale Richtungen eine große Winkelselektivität.

Bei den Versuchen der Bildverstärkung gelang ein eindeutiger Nachweis des phasenkonjugierten Charakters des generierten Strahls. Durch diese *Vorwärts–Phasenkonjugation* ergeben sich vielfältige Anwendungsmöglichkeiten in der optischen Signalverarbeitung und Übertragung [23].

Durch den Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ ee) gelingen ebenfalls hohe Verstärkungen bis zu $G_\mathrm{s} = 7000$. Als Besonderheit erweist sich die ausgeprägte Abhängigkeit des Phasenanpassungswinkels von dem außerordentlichen Brechungsindex. Aufgrund des thermooptischen Effekts gelingt dadurch die Demonstration einer Modulation der Verstärkung durch die Variation der Pumpstrahlintensität. Dabei müssen Maxima oder Minima beider Intensitäten nicht zusammenfallen. Da gleichzeitig auch die Generationsrate des phasenkonjugierten Strahls moduliert wird, eröffnen sich besonders vielfältige neue Möglichkeiten, Licht durch Licht zu regulieren und kontrollieren, der Grundlage optischer Datenverarbeitung. Die starke Abhängigkeit des Phasenanpassungswinkels von der Temperatur ist keine Besonderheit des Prozesses (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ ee). Auch die Ableitungen der Phasenanpassungswinkel anderer Prozesse nach der Temperatur zeigen Singularitäten (Abb. 6.2). Allerdings treten diese gerade bei den Pumpwinkeln auf, die keine oder nur sehr geringe Verstärkungen ermöglichen. Dagegen fällt die Singularität beim Prozeß (oe $\xrightarrow{\mathcal{A}}$ ee) mit der größten Verstärkung zusammen (vgl. Abb. 6.2(a) mit 4.23 oder 4.27). Die Einflußnahme auf den Brechungsindex kann auch über andere äußere Parameter vorgenommen werden kann, wie z.B. die Temperatur, den Druck oder elektrische Felder. Dadurch eröffnet sich eine Fülle neuer und interessanter Anwendungsgebiete in der optischen Meß– und Regeltechnik.

Der Prozeß (oo $\xrightarrow{\mathcal{B}}$ eo) erlaubt nur vergleichsweise geringe Verstärkungen und wurde deshalb nicht zur Signalstrahlverstärkung herangezogen. Durch Berücksichtigung der Raumladungsträgerbegrenzung erklären wir, wieso die charakteristischen Streufiguren in allen Kristallen nur für Pumpwinkel $\theta_\mathrm{p} > 13°$ auftreten. Eine Besonderheit des Prozesses ist das vollständige Ausbleiben der Verstärkung bei der effektiven Ladungsträgerkonzentration $N_\mathrm{eff} = 1.7 \cdot 10^{23}\mathrm{m}^{-3}$.

Die Konfiguration des Prozesses (oo $\xrightarrow{\mathcal{B}}$ eo) in Abschnitt 4.3.1, d.h. zwei ordentlich polarisierte Schreibstrahlen fallen in einer Ebene senkrecht zur $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls ein, ist aufgrund der großen wirksamen Koeffizienten sehr interessant für Anwendungen, wie z.B. die

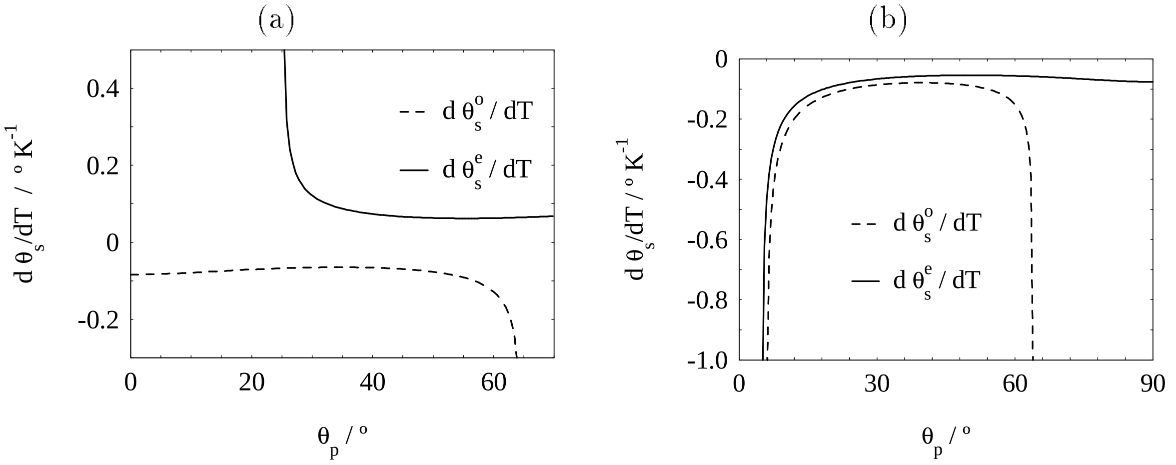


Abbildung 6.2: *Ableitung der Phasenanpassungswinkels nach der Temperatur für (a) den Prozeß* (oe $\overset{\mathcal{A}}{\triangle}$ ee) *(θ_s^e) und den Prozeß* (oe $\overset{\mathcal{A}}{\triangle}$ oo) *(θ_s^o) sowie (b) die inneren (θ_s^e) und äußeren (θ_s^o) Linien der Prozesse* (oo $\overset{\mathcal{B}}{\triangle}$ oe) *und* (ee $\overset{\mathcal{B}}{\triangle}$ oe). *Berücksichtigt wird der thermooptische Effekt des außerordentlichen Brechungsindex $n_e(T)$.*

holographische Datenspeicherung in $BaTiO_3$ [119]. Es können ohne eine störende Kopplung der Schreibstrahlen große Brechungsindexmodulationen erzeugt werden. Zudem ist beim Auslesen der abgebeugte Strahl orthogonal zum einfallenden Lesestrahl polarisiert und kann mit diesem nicht wechselwirken. Aufgrund der ordentlichen Polarisation der Schreibstrahlen wird eine Strahlauffächerung verhindert. Störungen verursacht also nur der Streuprozeß (oo $\overset{\mathcal{B}}{\triangle}$ eo). Er führt dazu, daß die Schreibstrahlen die Streulinien auf dem Foto in Abb. 4.33(c) erzeugen. Streugitter überlagern sich der zu speichernden Information und erhöhen beim Auslesen das Signal–Rausch–Verhältnis. Vor diesem Hintergrund sind die in Abb. 4.35 präsentierten Ergebnisse besonders wichtig. Sie zeigen, welchen Winkel θ_p die Schreibstrahlen einschließen müssen, um den Prozeß (oo $\overset{\mathcal{B}}{\triangle}$ eo) auszuschließen. Je nach der effektiven Ladungsträgerkonzentration des Kristalls ist $\theta_p > 13°$ oder $\theta_p < 13°$ zu wählen. Ist bei einer Anwendung der Winkel nicht beliebig wählbar, können die Störungen durch eine effektive Störstellendichte $N_{\text{eff}} = 1.7 \cdot 10^{23}\text{m}^{-3}$ ausgeschlossen werden.

Eine Strahlverstärkung läßt sich durch den Prozeß (ee $\overset{\mathcal{B}}{\triangle}$ eo) nicht erreichen. Die dunklen Streufiguren könnten aber bei der Strahlkopplungsversuchen Möglichkeiten bieten, das Signal–Rausch–Verhältnis zu verbessern. Ein entsprechender Versuch wurde mit einer anderen dunklen Streufigur von Breugnot et al. [114] erfolgreich demonstriert.

In Kapitel 5 wird die photorefraktive parametrische Wechselwirkung in KTN untersucht. Die Prozesse (oe $\overset{\mathcal{A}}{\triangle}$ oo), (oe $\overset{\mathcal{A}}{\triangle}$ ee), (ee $\overset{\mathcal{B}}{\triangle}$ oe), (oe $\overset{\mathcal{B}}{\triangle}$ ee) und (ee $\overset{\mathcal{B}}{\triangle}$ ee) können durch einen Vergleich der Streumuster und Polarisationen der beteiligten Wellen mit den Phasenanpassungsbedingungen eindeutig identifiziert werden. Die gemessenen Streuwinkel stimmen sehr gut mit den Vorhersagen der Theorie überein.

Die Streulichtintensitäten sind insbesondere für die Prozesse (oe $\overset{\mathcal{A}}{\triangle}$ ee) und (oe $\overset{\mathcal{A}}{\triangle}$ oo) unerwartet schwach. In Abb. 6.3(a) ist der berechnete Verstärkungsfaktor für den Prozeß (oe $\overset{\mathcal{A}}{\triangle}$ oo) in KTN dargestellt. Fehlende Materialparameter lassen eine Berücksichtigung piezoelektrischer oder elastooptischer Beiträge nicht zu. Die Rechnung ergibt aufgrund der großen effektiven Ladungsträgerkonzentration und elektrooptischen Koeffizienten einen exponentiellen Verstärkungsfaktor $\gamma = 25000\,\mathrm{m}^{-1}$, der mehr als eine Größenordnung über dem Wert $\gamma = 2000\,\mathrm{m}^{-1}$ in $BaTiO_3$ liegt (Abb. 4.2).

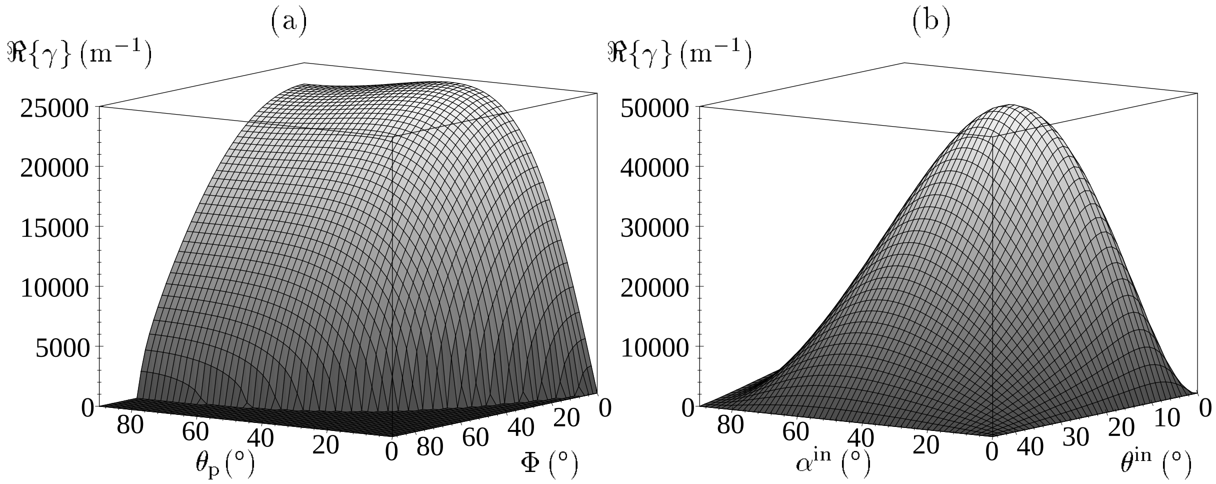


Abbildung 6.3: *(a) Verstärkungsfaktor* $\Re\{\gamma\}$ *des Prozesses* $(\mathrm{oe} \xrightarrow{A} \mathrm{oo})$ *als Funktion des Pumpwinkels* θ_p *und des Azimuthwinkels* Φ $(I_\mathrm{p}^\mathrm{o} = I_\mathrm{p}^\mathrm{e})$*; (b) Verstärkungsfaktor* γ *der Zweistrahlkopplung als Funktion der Winkel* α^in *und* θ^in *in Abb. 2.2; (KTN–Kristall G 70.3.1.1,* $r_{13\,1} = 6000\,\mathrm{pm/V}$, $N_\mathrm{eff} = 5 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$*).*

Auch in KTN führt der zusätzliche Pumpstrahl, der bei den photorefraktiven parametrischen Vier–Wellen–Mischprozessen benötigt wird, durch die Reduktion der Modulationen zu einem maximalen exponentiellen Verstärkungsfaktor $\gamma = 25000\,\mathrm{m}^{-1}$, der ungefähr einen Faktor zwei unter dem der Strahlkopplung liegt ($\gamma = 50000\,\mathrm{m}^{-1}$). Diese Werte entsprechen bei einer angenommenen Wechselwirkungslänge von 2.5mm den Kleinsignalverstärkungen $G > 10^{54}$ und $G > 10^{108}$. Selbst bei sehr geringen Anfangsintensitäten der Streuwellen ist also die Näherung unerschöpflicher Pumpwellen nicht mehr gerechtfertigt, wie sowohl die Fotos als auch die zeitlichen Entwicklungen der transmittierten Intensitäten in den Abbildungen 5.1, 5.2 und 5.3 eindrucksvoll belegen.

Die riesige Strahlkopplungsverstärkung trägt die Verantwortung für die ausgeprägte Auffächerung außerordentlich polarisierter Lichtstrahlen in diesem Kristall. Jede verstärkte Streuwelle ist gleichzeitig Pumpwelle für die nächste von ihr gestreute Welle, wenn deren Wellenvektor paralleler zur $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls orientiert ist. Nur Wellen, deren Wellenvektoren in Richtung der $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls zeigen, werden nicht selbst durch Zweistrahlkopplung abgeschwächt. Dadurch entsteht das intensive nach oben aus dem Kristall austretende Streulicht in Abb. 5.1(90°). Aufgrund der Wechselwirkung unendlich vieler Streuwellen ist eine numerische Berechnung der Streulichtverteilung nur mit sehr großem Aufwand zu bewerkstelligen [54].

Das riesige Verstärkungspotential des KTN–Kristalls G 70.3.1.1 ist zusammen mit der schlechten optischen Qualität (siehe Abb. 5.4) der Grund für das Ausbleiben intensiver Streukreise und Linien. Im Gegensatz zu der Zweistrahlkopplung sind bei der photorefraktiven parametrischen Verstärkung Phasenanpassungsbedingungen zu erfüllen. Diese führen zu einer geringen räumlichen Bandbreite von wenigen Milliradian (siehe Abb. 4.11, 4.12 und 4.28). Signalstrahlen, Streuwellen und auch Pumpwellen, die nicht ideal eben sind, also ein Wellenvektorspektrum verkörpern, greifen nicht vollständig in den Verstärkungsprozeß ein.

Der transmittierte Strahl in Abb. 5.4 zeigt z.B. ein Profil, das die räumliche Auflösung der parametrischen Prozesse weit überfordert. Hervorgerufen wird dies wahrscheinlich sowohl durch Oberflächendefekte als auch durch Brechungsindexinhomogenitäten im Kristall. Auch van Stevendaal et al. [38] messen für einen KTN–Kristall aus der gleichen Schmelze eine Reduktion des Lichtmodulationsgrades innerhalb der Probe von über 50%. Beide Pumpwellen unterliegen den Störungen, d.h. von den Pumpintensitäten steht nur ein Bruchteil für die photorefraktiven parametrischen Prozesse zur Verfügung. Die räumliche Bandbreite der Zweistrahlkopplung ist nicht beschränkt. Deswegen profitiert die Strahlauffächerung von der Inhomogenität der Probe, da viele primäre Streuwellen entstehen.

Auch wenn die in dieser Arbeit erwünschten photorefraktiven parametrischen Prozesse in dem KTN–Kristall G70.3.1.1 unterdrückt werden, bescheinigen die Messungen der elektrooptischen Koeffizienten in Kapitel 3.2, in Verbindung mit den von Loheide [31] ermittelten Materialparametern, Kalium–Tantalat–Niobat eine große Zukunft in der photorefraktiven Wellen–Mischung. Gegenüber $BaTiO_3$ besitzt es die deutlich größeren elektrooptischen Koeffizienten, die Phasenübergangstemperaturen können durch den Niob–Gehalt x eingestellt und die effektive Raumladungsträgerkonzentration durch Eisendotierung mit anschließender thermischer Behandlung erhöht werden. Dabei erreicht man Dichten N_{eff} [31], die deutlich über denen von $BaTiO_3$ liegen [101]. Das Schattendasein, daß KTN gegenüber $BaTiO_3$ in der photorefraktiven Wellen–Mischung führt, läßt sich nur durch die schlechte Verfügbarkeit tetragonaler Kristalle erklären.

Kapitel 7

Zusammenfassung

Diese Arbeit behandelt die *photorefraktive parametrische Wechselwirkung* in Bariumtitanat– und Kalium–Tantalat–Niobat–Kristallen.

Bei Beleuchtung photorefraktiver Materialien mit kohärentem Licht können unvermeidbar an Materialinhomogenitäten gestreute Lichtwellen durch unterschiedliche Prozesse exponentiell mit der Wechselwirkungslänge verstärkt werden. Durch *Zweistrahlkopplung* entsteht diffuses Streulicht, das in Richtung der $\boldsymbol{c}$–Achse des Kristalls mit deutlich höherer Intensität ausgestrahlt wird. *Photorefraktive parametrische Verstärkungsprozesse* erzeugen charakteristische kreis– und bogenförmige Streufiguren auf einem hinter dem Kristall aufgestellten Schirm. Die Ursache sind Phasenanpassungsbedingungen, die nur von bestimmten Streuwellenpaaren erfüllt werden.

Es wird eine allgemeine Theorie der photorefraktiven parametrischen Vier–Wellen–Mischung vorgestellt. Zunächst erfolgt eine phänomenologische Analyse der 57 Prozesse, die in den untersuchten uniaxialen Kristallen auftreten können. In einem zweiten Schritt werden die gekoppelten Wellengleichungen in allgemeingültiger Form aufgestellt und gelöst. Schließlich erlauben es die Resultate aufgrund charakteristischer Materialeigenschaften von $BaTiO_3$ und KTN, vier Prozesse zu selektieren, die eine besonders starke Wechselwirkung der beteiligten Lichtwellen in diesen Materialien vermuten lassen.

Für diese Prozesse werden anschließend explizit die Verstärkungsfaktoren berechnet. Zwei weisen demnach besonders günstige Eigenschaften auf. Die Rechnungen berücksichtigen sowohl Einflüsse durch den inversen piezoelektrischen und elastooptischen Tensor als auch die Raumladungsbegrenzung. Dadurch können besonders günstige Einfallswinkel der Pumpwellen und zu verstärkenden Signalstrahlen ermittelt werden. Aufgrund der Vorarbeiten gelingt anschließend zum ersten Mal die Verstärkung einer Signalwelle durch einen photorefraktiven parametrischen Prozeß, der schlüssige Beweis für die Richtigkeit der von Sturman und Odoulov entwickelten Theorie der photorefraktiven parametrischen Wechselwirkung.

Die Verstärkung beträgt in einem 3.2 mm dicken Kristall $G = 9000$. Die angewandten Prozesse verstärken nicht nur die einfallenden Lichtwellen, sondern erzeugen gleichzeitig ein phasenkonjugiertes Abbild in einem weiteren Strahl, dessen Richtung durch die Phasenanpassungsbedingung vorgegeben ist. Der phasenkonjugierte Charakter wird in einem Bildverstärkungsexperiment deutlich. Gleichzeitig offenbart dieses Experiment die geringe räumliche Bandbreite der Prozesse. Die große Winkelselektivität kann in vielen Anwendungen ausgenutzt werden, hat jedoch auch zur Folge, daß die Prozesse in einigen Bereichen weniger gut geeignet sind. So beschränkt sich der Einsatz in der Bildverstärkung auf eindimensionale Strukturen, wie z.B. Gitter.

Als Demonstration einer möglichen Anwendung wird die große Winkelselektivität ausgenutzt, um bei einem Prozeß die Verstärkung durch die Intensität der Pumpstrahlen zu modulieren. Die Besonderheit ist dabei, daß auch Minima der Pumpstrahlintensität mit Maxima der Verstärkung zusammenfallen können. Da gleichzeitig auch die Generationsrate des phasenkonjugierten Strahls moduliert wird, eröffnen sich vielfältige Verwendungsmöglichkeiten in der optischen Datenverarbeitung. Da der Effekt allein auf der Variation des außerordentlichen Brechungsindex beruht, steht durch andere Einflußnahmen (Druck, Temperatur) eine Fülle neuer Anwendungen in der optischen Meß– und Regeltechnik offen.

Ein Prozeß erlaubt unter anderem auch die Verstärkung von frequenzverstimmten Signalstrahlen. In einer speziellen Konfiguration kann so eine Verstärkung um zwei Größenordnungen und ein Signal–Hintergrund–Verhältnis besser als 10^5 erzielt werden. Dadurch wird ein grundlegendes Problem der photorefraktiven Wellen–Mischung gelöst: Die Verstärkung sehr schwacher Signalstrahlen. Es gelingt Lichtstrahlen mit Leistungen im Nanowatt–Bereich zu verstärken: Ein weiterer Beleg für das große Anwendungspotential der photorefraktiven parametrischen Prozesse.

Die hervorragende Übereinstimmung vieler Berechnungen und Anpassungen mit den Meßergebnissen in $BaTiO_3$ bestätigt die Gültigkeit der entwickelten Modelle und abgeleiteten Verstärkungsfaktoren.

Zum ersten Mal wird die photorefraktive, parametrische Wechselwirkung auch in Kalium–Tantalat–Niobat untersucht. Es gelingt der Nachweis von fünf Prozessen. Sie werden durch einen Vergleich der vermessenen Streulichtverteilung mit Phasenanpassungsbedingungen eindeutig identifiziert. Die auf einem Schirm hinter dem Kristall zu beobachtenden Streufiguren sind jedoch unerwartet lichtschwach und werden zusätzlich von intensivem diffusem Streulicht überlagert. Eine starke Auffächerung außerordentlich polarisierter Lichtstrahlen ist die Ursache.

Die im Vergleich zu $BaTiO_3$ vielfach größeren photorefraktiven Effekte in KTN bedingen diese Auffächerung. Die Inhomogenität der zur Verfügung stehenden Probe reduziert die Brechungsindexmodulationen und beeinträchtigt dadurch die photorefraktiven parametrischen Prozesse. Sie können sich gegenüber dem Konkurrenzprozeß der Strahlauffächerung nicht durchsetzen.

Trotzdem bescheinigen die in dieser Arbeit gemessenen elektrooptischen Koeffizienten zusammen mit den beobachteten enormen photorefraktiven Effekten, Kalium–Tantalat–Niobat eine große Zukunft in der photorefraktiven Wellen–Mischung. Das Schattendasein, das KTN gegenüber $BaTiO_3$ führt, ist nur durch die schlechte Verfügbarkeit zu erklären und aufgrund der besseren Materialeigenschaften nicht gerechtfertigt.

Anhang A

A.1 Pumpwellenerschöpfung

Die analytischen Lösungen (2.28) und (4.2) in Abschnitt 2.4 und in Kapitel 4 beruhen auf der Näherung unerschöpflicher Pumpwellen, d.h. $\partial A_{\mathrm{p}1}/\partial x = \partial A_{\mathrm{p}2}/\partial x = 0$. Bei großen Verstärkungen und hohen Intensitäten der einfallenden Signalstrahlen ist diese Näherung nicht gültig. Die Meßergebnisse lassen sich dann nur durch numerische Lösungen beschreiben, die eine Erschöpfung der Pumpwellen berücksichtigen (siehe z.B. Abb. 4.9, 4.20 und 4.29). In diesem Anhang wird der Lösungsweg beispielhaft für den Prozeß (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\angle}$ oo) beschrieben.

Die Berücksichtigung der Abbeugung der außerordentlich polarisierten Pumpwelle $A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}}$ in den Signalstrahl $A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}$ und den generierten Strahl $A_{\mathrm{g}}^{\mathrm{o}}$ beim Prozeß (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\angle}$ oo) erweitert das Differentialgleichungssystem (2.24) zu:

$$\frac{\partial A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}}{\partial x} = \hat{V}_{12}^{\mathcal{A}} A_{\mathrm{g}}^{\mathrm{o}*} = \frac{g_{12}}{I_{\mathrm{G}}} A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o}} A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}} A_{\mathrm{g}}^{\mathrm{o}*} \quad , \tag{A.1a}$$

$$\frac{\partial A_{\mathrm{g}}^{\mathrm{o}*}}{\partial x} = \hat{V}_{21}^{\mathcal{A}} A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}*} = \frac{g_{21}^{*}}{I_{\mathrm{G}}} A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o}*} A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}*} A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}} \quad , \tag{A.1b}$$

$$\frac{\partial A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}}}{\partial x} = -\frac{g_{12}^{*}}{I_{\mathrm{G}}} A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o}*} A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}} A_{\mathrm{g}}^{\mathrm{o}} - \frac{g_{21}^{*}}{I_{\mathrm{G}}} A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o}*} A_{\mathrm{g}}^{\mathrm{o}} A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}} \quad , \tag{A.1c}$$

$$\frac{\partial A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o}}}{\partial x} = 0 \quad . \tag{A.1d}$$

Die Gesamtintensität I_{G} bleibt bei der Transmission durch den Kristall erhalten:

$$\frac{\partial |A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}|^2}{\partial x} + \frac{\partial |A_{\mathrm{g}}^{\mathrm{o}}|^2}{\partial x} + \frac{\partial |A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{o}}|^2}{\partial x} + \frac{\partial |A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}}|^2}{\partial x} = 0 \quad . \tag{A.2}$$

Die Lösungen $A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}(x)$ und $A_{\mathrm{g}}^{\mathrm{o}}(x)$ des Differentialgleichungssystems (A.1) werden numerisch nach dem Runge–Kutta–Verfahren ermittelt. In den Abb. 4.9 und 4.20 sind die so berechneten Verstärkungen $G_{\mathrm{s}} = |A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}(x)|^2/|A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}(x=0)|^2$ als Funktion des Verhältnisses $r_{\mathrm{s}} = |A_{\mathrm{s}}^{\mathrm{o}}(x=0)|^2/I_{\mathrm{G}}$ dargestellt. Die Lösungen für den Prozeß (oe $\stackrel{\mathcal{A}}{\angle}$ ee) in Abb. 4.29 wurden analog ermittelt.

Literaturverzeichnis

[1] A. Ashkin, G. D. Boyd, J. M. Dziedzic, R.G. Smith, A. A. Ballman, J. J. Levinstein und K. Nassau; „Optically–induced refractive index inhomogeneities in $LiNbO_3$ and $LiTaO_3$"; *Appl. Phys. Lett.* **9**, 72 (1966).

[2] F. S. Chen, J. T. LaMacchia und D. B. Fraser; „Holographic storage in lithium niobate"; *Appl. Phys. Lett.* **13**, 223 (1968).

[3] N. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odoulov, M. S. Soskin und V. L. Vinetskii; „Holographic storage in electrooptic crystals. I.: Steady state"; *Ferroelectrics* **22**, 949 (1979).

[4] A. M. Glass; „The photorefractive effect"; *Opt. Eng.* **17**, 470 (1978).

[5] K. Buse; „Light–induced charge transport processes in photorefractive crystals I: Models and experimental methods"; *Appl. Phys. B* **64**, 273 (1997).

[6] K. Buse; „Light–induced charge transport processes in photorefractive crystals II: Materials"; *Appl. Phys. B* **64**, 391 (1997).

[7] A. M. Glass und J. Strait; „The photorefractive effect in semiconductors"; In *Photorefractive Materials and Their Applications I*, P. Günter und J.–P. Huignard (Hrsg.), Topics in Appl. Phys. **61**, S. 237. Springer–Verlag, Berlin (1988).

[8] B. L. Volodin, Sandalphon, B. Kippelen und N. Peyghambarian; „Observation of the photorefractive effect in a polymer"; *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1846 (1991).

[9] K. Meerholz, B. L. Volodin, Sandalphon, B. Kippelen und N. Peyghambarian; „A photorefractive polymer with high optical gain and diffraction efficiency near 100%"; *Nature* **371**, 497 (1994).

[10] D. Psaltis und F. Mok; „Holgraphische Datenspeicher"; *Spektrum der Wissenschaft* **Januar**, 50 (1996).

[11] V. E. Wood, P. J. Cressman und R. L. Holman; „Photorefractive effects in waveguides"; In *Photorefractive Materials and Their Applications II*, P. Günter und J.–P. Huignard (Hrsg.), Topics in Appl. Phys. **62**, S. 45. Springer–Verlag, Berlin (1989).

[12] D. Kip; „Photorefractive waveguides in oxide crystals: fabrication, properties, and applications"; *Appl. Phys. B* **67**, 131 (1998).

[13] M. B. Klein; „Photorefractive properties of $BaTiO_3$"; In *Photorefractive Materials and Their Applications I*, P. Günter und J.–P. Huignard (Hrsg.), Topics in Appl. Phys. **61**, S. 195. Springer–Verlag, Berlin (1988).

[14] N. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odoulov, M. S. Soskin und V. L. Vinetskii; „Holographic storage in electrooptic crystals. II.: Beam–coupling — light–amplification"; *Ferroelectrics* **22**, 961 (1979).

[15] F. Laeri, T. Tschudi und J. Albers; „Coherent cw image amplifier and oscillator using two–wave interaction in a $BaTiO_3$–crystal"; *Opt. Commun.* **47**, 387 (1983).

[16] Y. Fainman, E. Klancnik und S. H. Lee; „Optimal coherent image amplification by two–wave coupling in photorefractive $BaTiO_3$"; *Opt. Eng.* **25**, 228 (1986).

[17] A. Brignon, J.-P. Huignard, M. H. Garrett und I. Mnushkina; „Spatial beam cleanup of a Nd:YAG laser operating at 1.06 μm with two–wave mixing in Rh:$BaTiO_3$"; *Appl. Opt.* **36**, 7788 (1997).

[18] S. MacCormack, G. D. Bacher, J. Feinberg, S. O´Brien, R. J. Lang, M. B. Klein und B. A. Wechsler; „Powerful, diffraction–limited semiconductor laser using photorefractive beam coupling"; *Opt. Lett.* **22**, 227 (1997).

[19] M. Sprenger, Y. Ding, P. Pogany, P. Roentgen und H.-J. Eichler; „Photorefractive power transfer from parallel laser diode amplifiers into a single output beam"; *Opt. Lett.* **22**, 1147 (1997).

[20] J. Zhang, H. Wang, S. Yoshikado und T. Aruga; „Incoherent–to–coherent conversion by use of the photorefractive fanning effect"; *Opt. Lett.* **22**, 1612 (1997).

[21] J. Feinberg und K. R. MacDonald; „Phase–conjugate mirrors and resonators with photorefractive crystals"; In *Photorefractive Materials and Their Applications II*, P. Günter und J.–P. Huignard (Hrsg.), Topics in Appl. Phys. **62**, S. 151. Springer–Verlag, Berlin (1989).

[22] K. Kanwal und K. Singh; „Edge enhancement, contrast reversal and logic operations using beam–fanning in a photorefractive iron–doped barium titanate crystal"; *J. of Mod. Opt.* **42**, 607 (1995).

[23] P.P. Banerjee, H.-L. Yu, D. A. Gregory und N. Kukhtarev; „Phase conjugation, edge detection and image broadcasting using two–beam coupling configurations in photorefractive $KNbO_3$"; *Opt. and Laser Tech.* **28**, 89 (1996).

[24] Y. Fainman und S. H. Lee; „Applications of photorefractive crystals to optical signal processing"; *Proc. SPIE* **634**, 380 (1986).

[25] M. P. Georges und P. C. Lemaire; „Real–time stroboscopic holographic interferometry using sillenite crystals for the quantitative analysis of vibration"; *Opt. Commun.* **145**, 249 (1998).

[26] P. Delaye, A. Blouin, D. Drolet, L. de Montmorillon, G. Roosen und J. Monchalin; „Detection of ultrasonic motion of a scattering surface by photorefractive InP:Fe under an applied dc field“; *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 1723 (1997).

[27] J. Feinberg; „Self–umped, continuous–wave phase conjugateor using internal reflection“; *Optics Lett.* **7**, 486 (1982).

[28] R. Magnusson und T. K Gaylord; „Laser scattering–induced holograms in lithium niobate“; *Appl. Opt.* **13**, 1545 (1974).

[29] B. Sturman, M. Yu. Goul'kov und S. G. Odoulov; „Phenomenological analysis of the parametric scattering processes in photorefractive crystals“; *J. Opt. Soc. Am. B* **13**, 577 (1996).

[30] B. Sturman, S. G. Odoulov und M. Yu. Goulkov; „Parametric four–wave processes in photorefractive crystals“; *Phys. Rep.* **275**, 197 (1996).

[31] S. Loheide, D. Sabbert, F. Mersch, H. Hesse und E. Krätzig; „Influence of annealing treatments on photorefractive properties of $KTa_{1-x}Nb_xO_3$:Fe crystals“; *Ferroelectrics* **166**, 99 (1995).

[32] J. A. van Raalte; „Linear electro–optic effect in ferroelectric KTN“; *J. Opt. Soc. Am.* **57**, 671 (1966).

[33] H. Kogelnik; „Coupled wave theory for thick hologram gratings“; *Bell Syst. Tech. J.* **48**, 2909 (1969).

[34] L. Solymar, D. J. Webb und A. Grunnet-Jepsen; „Forward wave interactions in photorefractive materials“; *Prog. Quant. Electr.* **18**, 377 (1994).

[35] P. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach und J. P. Huignard; „Two–beam coupling in photorefractive $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals with moving grating: Theory and experiments“; *J. Appl. Phys.* **58**, 45 (1985).

[36] R. Orlowski und E. Krätzig; „Holographic method for determination of photo–induced electron and hole transport in electro–optic crystals“; *Solid State Commun.* **27**, 1351 (1978).

[37] Stefan Loheide; *Der lichtinduzierte Ladungstransport in tetragonalen* $KTa_{1-x}Nb_xO_3$*–Kristallen*; Dissertation, Universität Osnabrück (1995).

[38] U. van Stevendaal, K. Buse, H. Malz, H. Veenhuis und E. Krätzig; „Reduction of light–induced refractive–index changes by decreased modulation of light patterns in photorefractive crystals“; *J. Opt. Soc. Am. B* **15**, 2868 (1998).

[39] R. A. Rupp, R. Sommerfeld, K. H. Ringhofer und E. Krätzig; „Space charge field limitations in photorefractive $LiNbO_3$ crystals“; *Appl. Phys. B* **51**, 364 (1990).

[40] P. Bernasconi, I. Biaggio, M. Zgonik und P. Günter; „Anisotropy of the electron and hole drift mobility in $KNbO_3$ and $BaTiO_3$“; *Phys. Rev. Lett.* **78**, 106 (1997).

[41] D. Mahgerefteh, D. Kirillov, R. S. Cudney, G. D. Bacher, R. M. Pierce und J. Feinberg; „Anisotropy of the hole drift mobility in barium titanate“; *Phys. Rev. B* **53**, 7094 (1996).

[42] K. Buse; „Thermal gratings and pyroelectrically produced charge redistribution in $BaTiO_3$ and $KNbO_3$“; *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 1266 (1993).

[43] L. Holtmann, E. Krätzig und S. Odoulov; „Coupling of orthogonally polarized waves in $BaTiO_3$“; *Appl. Phys. B* **53**, 1 (1991).

[44] R. M. Pierce und R. S. Cudney; „Photorefractive coupling between orthogonally polarized beams in barium titanate“; *Opt. Lett.* **17**, 784 (1992).

[45] U. van Olfen, H. Hesse, G. Jäkel, E. Krätzig und S. Odoulov; „Anisotropic grating recording in photorefractive $KNbO_3$“; *Opt. Commun.* **93**, 219 (1992).

[46] M. Zgonik, K. Nakagawa und P. Günter; „Electro–optic and dielectric properties of photorefractive $BaTiO_3$ and $KNbO_3$“; *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 1416 (1995).

[47] P. Bernasconi, M. Zgonik und P. Günter; „Temperature dependence and dispersion of electro–optic and elasto–optic effect in perovskite crystals“; *J. Appl. Phys.* **78**, 2651 (1995).

[48] S. Loheide, S. Riehemann, F. Mersch, P. Pankrath und E. Krätzig; „Refractive indices, permittivities and linear electrooptic coefficients of tetragonal potassium tantalate–niobate crytals“; *phys. stat. sol. (a)* **137**, 257 (1993).

[49] G. Pauliat, P. Mathey und G. Roosen; „Influence of piezoelectricity on the photorefractive effect“; *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 1942 (1991).

[50] S. Shandarov; „Influence of Piezoelectric Effect on photorefractive Gratings in Electro–Optic Crystals“; *Appl. Phys. A* **55**, 91 (1992).

[51] K. R. MacDonald und J. Feinberg; „Theory of a self–pumped phase conjugator with two coupled interaction regions“; *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 548 (1983).

[52] G. Li, T. Yang, Y. Y. Teng, F. C. Lin und M. A. Fiddy; „Scattering and beam fanning in a $BaTiO_3$ crystal“; *Waves in Ran. Med.* **2**, 303 (1992).

[53] G. C. Valley; „Competition between forward– and backward–stimulated photorefractive scattering in photorefractive crystals“; *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 14 (1987).

[54] G. Montemezzani, A. A. Zozulya, L. Czaia, D. Z. Anderson, M. Zgonik und P. Günther; „Origin of the lobe structure in photorefractive beam fanning“; *Phys. Rev. A* **52**, 1791 (1995).

[55] V. V. Voronov, I. R. Dorosh, Y. S. Kuzminov und N. V. Tkachenko; „Photoinduced light scattering in cerium–doped barium strontium niobate crystals“; *Sov. J. Quantum Electron.* **7**, 2313 (1980).

[56] E. M. Avakyan, K. G. Belabaev und S. G. Odoulov; „Polarization–anisotropic light induced scattering in $LiNbO_3$:Fe crystals“; *Sov. Phys. Solid State* **25**, 1887 (1983).

[57] R. A. Rupp und F. W. Drees; „Light–induced scattering in photorefractive crystals“; *Appl Phys. B* **39**, 223 (1986).

[58] S. G. Odoulov, K. Belabaev und I. Kiseleva; „Degenerate stimulated scattering in $LiTaO_3$“; *Opt. Lett.* **10**, 31 (1985).

[59] H. C. Ellin und L. Solymar; „Light scattering in bismuth silicate: matching of experimental results“; *Opt. Commun.* **130**, 85 (1996).

[60] M. D. Ewbank, P. Yeh und J. Feinberg; „Photorefractive conical diffraction in $BaTiO_3$“; *Opt. Commun.* **59**, 423 (1986).

[61] D. A. Temple und C. Warde; „Anisotropic scattering in photorefractive crystals“; *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 337 (1986).

[62] R. A. Rupp, J. Seglins und U. van Olfen; „Phase transition of SBN:Ce studied by anisotropic holographic scattering“; *phys. stat. sol. (b)* **168**, 445 (1991).

[63] I. N. Kiseleva, V. V. Obukhovskii und S. G. Odoulov; „Parametric scattering of the holographic type in class 3m crystals“; *Sov. Phys. Solid State* **28**, 1673 (1986).

[64] K. G. Belabaev, I. N. Kiseleva, V. V. Obukhovskii, S. G. Odoulov und R. A. Taratuta; „New parametric holographic–type scattering of light in lithium tantalate crystals“; *Sov. Phys. Solid State* **28**, 321 (1986).

[65] U. van Olfen, R. Rupp, E. Krätzig und B. Grabmaier; „A simple new method for the determination of the Li/Nb ratio of $LiNbO_3$ crystaly“; *Ferroelec. Lett.* **10**, 133 (1989).

[66] M. Yu. Goul'kov, S. G. Odoulov und B. Sturman; „Polarization–anisotropic scattering lines in $LiNbO_3$“; *Appl. Phys. B* **56**, 223 (1993).

[67] V. Belrus, J. Kalinajs, A. Linz und R. C. Folweiler; „Top–seeded solution growth of oxide crystals from non–stoichiometric melts“; *Mater. Res. Bul.* **6**, 899 (1971).

[68] S. MacCormack und J. Feinberg; „Revealing 180° domains in ferroelectric crystals by photorefractive beam coupling“; *Appl. Opt.* **35**, 5961 (1996).

[69] K. Buse, S. Riehemann, S. Loheide, H. Hesse, und E. Krätzig; „Refractive indices of single domain $BaTiO_3$ for different wavelengths and temperatures“; *phys. stat. sol. (a)* **135**, K87 (1993).

[70] A. Reisman, S. Triebwasser und F. Holtzberg; „Phase Diagram of the System $KNbO_3$–$KTaO_3$ by the Methods of Differential Thermal and Resistance Analysis“; *J. Am. Chem. Soc.* **77**, 4228 (1955).

[71] B. Hellermann, F. Baller, R. Blachnik, B. Gather, H. Hesse und J. Schnitter; „Crystal growth and characterization of $K(Ta_{1-x}Nb_x)O_3$–solid solutions“; *Thermochimica acta* **160**, 71 (1990).

[72] S. Triebwasser; „Study of Ferroelectric Transitions of Solid–Solution Single Crystals of $KNbO_3$–$KTaO_3$“; *Phys. Rev.* **114**, 63 (1959).

[73] F. Baller, B. Gather, H. Hesse und E. Krätzig; „The Influence of Stress on the dieelectric Properties of KTN Crystals“; *phys. stat. sol. (a)* **116**, K195 (1989).

[74] B. Hellermann, F. Baller, B. Gather, H. Hesse und R. Pankrath; „Crystal growth of $K(Ta_{1-x}Nb_x)O_3$ Solid Solutions“; *Ferroelectrics* **124**, 67 (1991).

[75] S. Loheide, S. Riehemann, P. Pankrath und E. Krätzig; „Influence of Fe doping on the photorefractive properties of $KTa_{1-x}Nb_xO_3$“; *Ferroelectrics* **160**, 213 (1994).

[76] E. Wiesendanger; „Electro–optical properties of $KNbO_3$“; *Opt. Commun.* **11**, 285 (1974).

[77] R. R. Neurgaonkar, W. K. Cory, J. R. Oliver, M. D. Ewbank und W. F. Hall; „Development and modification of photorefractive properties in the tungsten bronze family crystals“; *Opt. Eng.* **26**, 392 (1987).

[78] M. Simon, F. Mersch, C. Kuper, S. Mendricks, S. Wevering, J. Imbrock und E. Krätzig; „Refractive Indices of Photorefractive Bismuth Titanate, Barium–Calcium Titanate, Bismuth Germanium Oxide, and Lead Germanate“; *phys. stat. sol. (a)* **159**, 559 (1997).

[79] A. R. Johnston und J. M. Weingart; „Determination of the low–frequency linear electro–optic effect in tetragonal $BaTiO_3$“; *J. Opt. Soc. Am.* **55**, 828 (1965).

[80] M. Zgonik, P. Bernasconi, M. Duelli, R. Schlesser, P. Günter, M. H. Garret, D. Rytz, Y. Zhu und X. Wu; „Dielectric, elastic, piezoelectric, electro–optic, and elasto–optic tensors of $BaTiO_3$ crystals“; *Phys. Rev. B* **50**, 5941 (1994).

[81] E. Wiesendanger; „Dielectric, mechanical and optical properties of orthorombic $KNbO_3$“; *Ferroelectrics* **6**, 263 (1974).

[82] Christian Kuper; *Züchtung und Charakterisierung von $(Ba_{1-x}Ca_x)TiO_3$–Kristallen.*; Dissertation, Universität Osnabrück (1997).

[83] A. J. Fox; „Longitudinal electro–optic effects in barium strontium niobate $(Ba_xSr_{1-x}Nb_2O_6)$“; *J. Appl. Phys.* **44**, 254 (1973).

[84] W. Haas und R. Johannes; „Linear electro–optic effect in Potassium Tantalate Niobate Crystals“; *Appl. Opt.* **6**, 2007 (1967).

[85] Dr. H. Hesse; „Private Mitteilung“; *Universität Osnabrück.*

[86] P. Bernasconi, M. Zgonik und P. Günter; „Temperature dependence and dispersion of electro–optic and elasto–optic effect in perovskite crystals“; *J. Appl. Phys.* **78**, 2651 (1995).

[87] S. Odoulov, B. Sturman, L. Holtmann und E. Krätzig; „Nonlinear scattering in $BaTiO_3$ induced by two orthogonally polarized waves“; *Appl. Phys. B* **52**, 317 (1991).

[88] S. Odoulov, B. Sturman, L. Holtmann und E. Krätzig; „Parametric conical scattering of two orthogonally polarized waves“; *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1648 (1992).

[89] S. Odoulov und B. I. Sturman; „Parametric polarisation scattering of light in photorefractive $BaTiO_3$“; *Sov. Phys. JETP* **75**, 241 (1992).

[90] B. Sturman, S. Odoulov, L. Holtmann und U. van Olfen; „Dynamics of parametric conical scattering of orthogonally polarized waves in $BaTiO_3$“; *Appl. Phys. B* **9**, 1648 (1992).

[91] Uwe van Olfen; *Wechselwirkung orthogonal polarisierter Lichtwellen in photorefraktiven Kristallen*; Dissertation, Universität Osnabrück (1993).

[92] H. M. Gibbs; *Optical Bistability: Controlling light with light*; Academic–Press, Orlando, USA (1985).

[93] P. Narum, D. J. Gauthier und R. W. Boyd; „Instabilities in a Self–Pumped Barium Titanate Phase Conjugate Mirror“; In *Optical Bistability III*, H. M. Gibbs, P. Mandel, N. Peyghambarian und S. D. Smith (Hrsg.), Springer Proc. in Phys. **8**, S. 298. Springer–Verlag, Berlin (1986).

[94] S. Odoulov und M Soskin; „Amplification, oscillation and light–induced scattering in photorefractive crystals“; In *Photorefractive Materials and Their Applications II*, P. Günter und J.–P. Huignard (Hrsg.), Topics in Appl. Phys. **62**, S. 5. Springer–Verlag, Berlin (1989).

[95] T. Y. Chang und R. W. Hellwarth; „Optical phase conjugation by backscattering in barium titanate“; *Opt. Lett.* **10**, 408 (1985).

[96] B. I. Sturman, S. Odoulov, U. van Olfen, G. Jäkel, R. K. Schulz und E. Krätzig; „Physical origin of mirrorless parametric oscillation in $BaTiO_3$“; *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 1700 (1994).

[97] M. Cronin–Golomb, B. Fisher, J. O. White und A. Yariv; „Theory and application of four–wave mixing in photorefractive media“; *IEEE J. Quant. Electr.* **20** (1), 12 (1984).

[98] J. Feinberg; „Asymmetric self–defocussing of an optical beam by the photorefractive effect“; *J. Opt. Soc. Am.* **72**, 46 (1982).

[99] A. Novikov, S. Odoulov, R. Jungen und T. Tschudi; „Spatial subharmonic generation of orthogonally polarized light waves in $BaTiO_3$ by phase–matched nonlinear mixing“; *Opt. Lett.* **16**, 1041 (1991).

[100] A. Novikov, S. Odoulov, R. Jungen und T. Tschudi; „Spatial subharmonic generation in $BaTiO_3$“; *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 1654 (1992).

[101] Udo van Stevendaal; *Untersuchungen zum photorefraktiven Effekt in Bariumtitanat–Kristallen*; Dissertation, Universität Osnabrück (1995).

[102] J. Neumann, G. Jäkel und E. Krätzig; „Holographic scattering lines and mirrorless oscillation in $BaTiO_3$“; *Opt. Lett.* **20**, 1530 (1995).

[103] J. Neumann, G. Jäkel und E. Krätzig; „Holographic scattering lines observed with photorefractive $BaTiO_3$“; *Appl. Phys. B* **63**, 599 (1996).

[104] P. Mathey; „Photorefractive–gain dependence on piezoelectric and photoelastic efects in barium titanate“; *Phys. Rev. E* **55**, 7782 (1997).

[105] M. Goul'kov, S. Odoulov, U. van Olfen und E. Krätzig; „A new light–induced scattering process in photorefractive $BaTiO_3$“; *phys. stat. sol. (b)* **172**, K37 (1992).

[106] B. Sturman, M. Goul'kov und S. Odoulov; „Polarization–degenerate parametric light scattering in photorefractive crystals“; *Appl. Phys. B* **56**, 193 (1993).

[107] E. Shamonina, V. P. Kamenov, K. H. Ringhofer, G. Cedilnik, A. Kiessling und R. Kowarschik; „Optimum orientation of volume phase gratings in sillenite crystals: is it always [111]?“; *J. Opt. Soc. Am. B* **15**, 2552 (1998).

[108] Z. Zhang, X. Ding, Y. Zhu, Q. Jiang, X. Mi, Z. Yu und P. Fu; „Noise reduction in image amplification in photorefractive $BaTiO_3$“; *Opt. Commun.* **97**, 105 (1993).

[109] Q. B. He und P. Yeh; „Fanning–noise reduction in photorefractive amplifiers using incoherent erasure“; *Appl. Opt.* **33**, 283 (1994).

[110] C. Gu und P. Yeh; „Scattering due to randomly distributed charge particles in photorefractive crystals“; *Opt. Lett.* **16**, 1572 (1991).

[111] H. Rajbenbach, A. Delboulbe und J. P. Huignard; „Noise suppression in photorefractive image amplifiers“; *Opt. Lett.* **14**, 1275 (1989).

[112] J. Joseph, P. K. C. Pillai und K. Singh; „High–gain, low–noise signal beam amplification in photorefractive $BaTiO_3$“; *Appl. Opt.* **30**, 3315 (1991).

[113] W. S. Rabinovich, B. J. Feldman und G. C. Gilbreath; „Suppression of photorefractive beam fanning using achromatic gratings“; *Opt. Lett.* **16**, 1147 (1991).

[114] S. Bruegnot, D. Dolfi, H. Rajbenbach und J. P. Huignard; „Enhancement of the signal–to–background ratio in photorefractive two–wave mixing by mutually incoherent two–beam coupling“; *Opt. Lett.* **19**, 1070 (1994).

[115] S. Breugnot, H. Rajbenbach, M. Defour und J. P. Huignard; „Low–noise preamplifier for multistage for multistage photorefractive image amplification“; *Opt. Lett.* **20**, 1568 (1995).

[116] J. Colin, S. Bann, H. Rajbenbach und J.-P. Huignard; „Long–term continuous readout of a photorefractive memory with $BaTiO_3$ postamplification“; *Appl. Opt.* **36**, 9304 (1997).

[117] M. Goul'kov, S. Odoulov, B. Sturman, G. Jäkel und E. Krätzig; „Bright holographic scattering dots observed with $LiNbO_3$“; In *Technical Digest — Photorefractive materials, effects and devices*, S. 200, Estes Parc, Colorado (Juni 1995).

[118] Guido Jäkel; *Holographische Lichtverstärkung durch parametrische Prozesse in $LiNbO_3$ und $BaTiO_3$*; Dissertation, Universität Osnabrück (1996).

[119] Ching-Cherng Sun, Ming-Wen Chang und Ken Yuh Hsu; „Anisotropic strong volume hologram in $BaTiO_3$"; *Opt. Commun.* **119**, 597 (1995).

Liste der eigenen Veröffentlichungen

- G. Jäkel, J. Neumann, S. Odoulov, U. van Olfen und E. Krätzig; „Multiwave–pumped mirrorless parametric oscillation in $BaTiO_3$"; *Appl. Phys. B* **61**, 415 (1995).
- G. Jäkel, E. Krätzig, J. Neumann und S. Odoulov; „Mirrorless oscillation processes in photorefractive $BaTiO_3$"; Proceedings of the international conference on LASERS '95, S. 458–465, STS press, McLean, VA (1995).
- J. Neumann, G. Jäkel und E. Krätzig; „Holographic scattering lines and mirrorless oscillation in $BaTiO_3$"; *Opt. Lett.* **20**, 1530 (1995).
- G. Jäkel, J. Neumann, S. Odoulov und E. Krätzig; „Two examples of mirrorless oscillation in photorefractive $BaTiO_3$"; *Ferroelectrics* **183**, 185 (1996).
- J. Neumann, G. Jäkel und E. Krätzig; „Holographic scattering lines observed with photorefractive $BaTiO_3$"; *Appl. Phys. B* **63**, 599 (1996).
- G. Jäkel, E. Krätzig, J. Neumann, S. Dankers und S. Odoulov; „Mirrorless oscillation in photorefractive crystals"; *Ferroelectrics* **202**, 87 (1997).
- J. Neumann und S. Odoulov; „Parametric amplification of a coherent light wave in photorefractive $BaTiO_3$ by a single pump beam"; *Opt. Lett.* **22**, 1858 (1997).
- B. I. Sturman, J. Limeres, M. Carrascosa und J. Neumann, S. Mendricks; „Characteristics of multiwave–pumped parametric oscillation in $BaTiO_3$"; Proceedings of the topical meeting on photorefractive materials, effects and devices, S. 141–144, Chiba, Japan (1997).
- J. Neumann, S. Mendricks, E. Krätzig, M. Goulkov und S. Odoulov; „Photorefractive light amplification by forward four–wave mixing in $BaTiO_3$"; *Opt. Commun.* **146**, 220 (1998).
- J. Neumann, M. Röwe und E. Krätzig; „Photorefractive amplification and generation of light beams in $BaTiO_3$ controlled by the intensity of the pump light"; *Appl. Phys. B* **67**, 73 (1998).
- B. I. Sturman, J. Limeres, M. Carrascosa und J. Neumann; „Model for multiwave–pumped parametric oscillation in $BaTiO_3$"; *Appl. Phys. B* **66**, 347 (1998).

- J. Neumann, M. Röwe und E. Krätzig; „Photorefractive parametric amplification and generation of light beams in $BaTiO_3$ by forward four–wave mixing“; *OSA Tops* **27**, 347 (1999).
- J. Neumann, K. S. Wieking und D. Kip; „Direct laser writing of surface-reliefs in dry self-developing photopolymer films“; *Appl. Optics*, im Druck (1999).
- D. Kip und J. Neumann; „Formation of diffractive optics in photopolymer films by direct laser beam writing“; *Proc. SPIE*, eingereicht (1999).
- J. Neumann, M. Röwe, H. Veenhuis, R. Pankrath und E. Krätzig; „Linear electro-optic coefficient r_{42} of tetragonal potassium-tantalate-niobate and barium-calcium-titanate“; *phys. stat. sol.*, eingereicht (1999).

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. E. Krätzig für die Aufnahme in seine Arbeitsgruppe „Angewandte Physik“, die Bereitstellung eines sehr gut ausgestatteten Labors und die gewährte wissenschaftliche Freiheit bei der Durchführung meines Forschungsvorhabens. Seine stetige Unterstützung und Diskussionsbereitschaft haben die Anfertigung dieser Arbeit sehr erleichtert.

Ich bedanke mich bei den Herren Prof. Dr. S. Odoulov, Prof. Dr. B. I. Sturman und Dr. M. Yu. Goul'kov für die erfolgreiche Zusammenarbeit, den intensiven wissenschaftlichen Dialog und die wertvolle Unterstützung bei vielen experimentellen und theoretischen Fragestellungen.

Den Herren Dr. U. van Olfen und Dr. G. Jäkel danke ich für die Einführung in das anspruchsvolle Themengebiet und die Weitergabe der bereits gewonnenen Erkenntnisse. Für die experimentelle Unterstützung im Rahmen ihrer Diplomarbeiten und die gute Zusammenarbeit möchte ich den Herren Dipl.–Phys. M. Röwe und Dipl.–Phys. S. Dankers danken. Die ständige Hilfsbereitschaft der Herren Dr. G. Jäkel und Dipl.–Phys. M. Röwe bei der Lösung aller Hard– und Softwareprobleme haben diese Arbeit sehr erleichtert.

Weiter gilt mein Dank meinem Bürokollegen Herrn Dr. habil. D. Kip und allen anderen ungenannten Mitarbeitern der Arbeitsgruppe „Angewandte Physik” für das gute Arbeitsklima und viele interessante Diskussionen. Gleiches gebührt auch Herrn Prof. Dr. K. Ringhofer und Frau Dr. E. Shamonina.

Den Mitarbeitern der Abteilung „Kristallzucht” gebührt mein Dank für die Bereitstellung und Präparation der Kristallproben. Ohne die von den Herren Dr. H. Hesse, Dr. R. Pankrath und Dipl.–Phys. S. Mendricks gezogenen Kristalle wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen. Für die bereitwillige Unterstützung in technischen Fragen und für die Hilfe bei der Entwicklung von Negativen danke ich Herrn Dipl.–Ing. J. Selinger. Auch die Arbeiten der Elektronik– und Feinmechanik–Werkstatt seien anerkennend erwähnt.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die finanzielle Unterstützung im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 225.

Eidesstattliche Versicherung

Hiermit erkläre ich, die vorliegende Arbeit selbständig und ohne unerlaubte Hilfe verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet zu haben.

Osnabrück, den 7. März 1999